

Eðlisfræði II:

Riðstraumur

Kafla 11

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

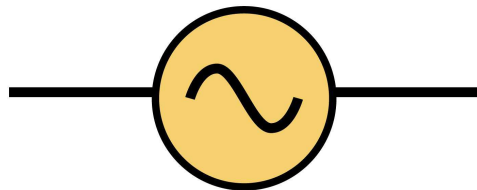
10. vika vor 2016

Inngangur

- Grafið sem sýnir augnabliksgildi rafmerkis sem fall af tíma er nefnt **bylgjuform merkis**
- Gjarnan eru bylgjuform merkis mæld og greind
- Ef merkið er fasti sem fall af tíma, þá er það kallað jafnstraumsmerki (e. direct current (dc))
- Ef formið er endurtekið samfelld (óháð lögun endurtekningarinnar) þá er bylgjuformið sagt **lotubundið**

Inngangur

- Við tölum um ac lind til að lýsa tóli sem veitir sínuslaga spennu (mættismun) v (riðspennu) eða straumi i (riðstraum)
- Rásatáknið fyrir riðspennu er



- Sinusspennu má rita með falli eins og

$$v(t) = V \cos \omega t$$

- Hér er $v(t)$ augnabliksspennan (mættismunurinn), V er hámarks mættismunurinn eða spennuútslagi, og ω er horntíðnin, sem er 2π sinnum tíðnin f

Inngangur

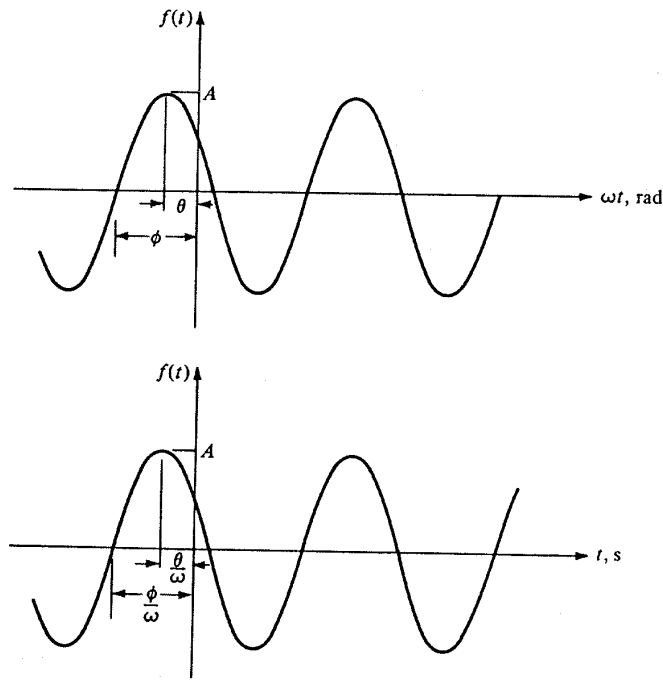
- Á sama hátt er **riðstraumur** sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

þar sem

- I_o er útslag merkisins
- ω er horn tíðni
- t er tími
- ϕ er fasahorn

Inngangur



Venjulega notum við litla stafi til að tákna stærðir sem breytast með tíma (v, i, q), en stóra stafi til að tákna fastar stærðir (V, I, Q)

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

Inngangur

- Lengd einnar sveiflu í tíma (í sekúndum) er nefnd **lotu** og er hún táknuð með T
- Samband **tíðni** og lotu er gefið með

$$f = \frac{1}{T} \quad [1/s]$$

- Ein sveifla bylgjuforms er skilgreind þ.a. hún spanni $2 \times \pi$ radíana eða ef 2π er margfaldað með tíðni fæst horntíðni sínusbylgju

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad [\text{rad/s}]$$

Inngangur

- Fyrir tímaháð merki er **augnabliksgildið** $i(t)$
- **Meðalgildið** eða **heildað meðaltal** er flatarmálið undir ferli falls sem í er deilt með lengd sneiðarinnar sem meðaltalið er tekið yfir

$$I_{\text{ave}} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$$

- **Vikt gildi (rms)** er skilgreint sem

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 dt}$$

- Hér er T er tímabilið frá t_1 til t_2

Inngangur

- **Topp gildi eða stærsta gildi**

$$I_{\text{topp}} = \max \{i(t)\}$$

- **Formstuðull**

$$\Lambda = \frac{I_{\text{rms}}}{I_{\text{ave}}}$$

- **Toppstuðull**

$$\frac{I_{\text{topp}}}{I_{\text{rms}}}$$

- **Formstuðull** sinus straums er $\Lambda = 1.11$ og **toppstuðull** sinus straums er 1.414

Inngangur

- **Virkt gildi** (rms) sínus-straumsins $i(t)$ er

$$\text{rms} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \text{útslag} = 0.7071 \times I_o$$

eða

$$I_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_o$$

- **Meðalgildi** straumsins er

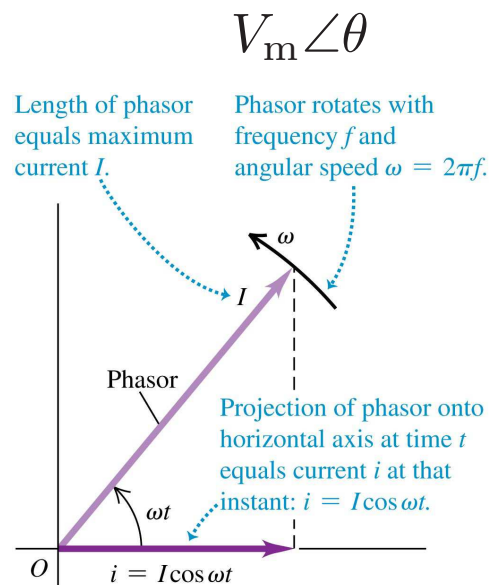
$$I_{\text{ave}} = \frac{I_o}{T} \int_0^T |\sin(\omega\tau)| d\tau = \frac{2}{\pi} I_o \approx 0.637 I_o$$

þar sem T er lota merkisins $T = 2\pi/\omega$

⇒ Dæmi 11.1.

Vísar

- Til að lýsa sínus spennu eða straum notum við oft **vísa** (e. phasors) og **vísamyndir** (e. phasor diagrams)
- Þá er spennunni $v(t)$ lýst sem vigri í tvinntöluplaninu sem snýst um upphafspunktinn (rangsælis) með hornhraðanum ω og stærð hans og horni við $t = 0$ er



Vísar

- Tvinntala er summa rauntölu og þvertölu t.d.

$$3 + j4$$

þar sem $j = \sqrt{-1}$

- Við getum skrifað tvinntölur á rétthyrndu formi ($3 + j4$) eða á pólhnitiformi $5\angle 53.13^\circ$ eða $5 \exp(j53.13)$
- Ef leggja á saman tvinntölur (eða draga frá) er best að þær séu á rétthyrndu formi, en ef margfalda á saman tvinntölur (deila) er best að þær séu á pólhnitiformi
- Um tvinntölur gildir regla Eulers

$$\exp(j\theta) = \cos \theta + j \sin \theta$$

Vísar

- Þannig er

$$C \exp(j\theta) = C \cos \theta + jC \sin \theta$$

tvinntala með stærðina

$$\sqrt{C^2 \cos^2 \theta + C^2 \sin^2 \theta} = C$$

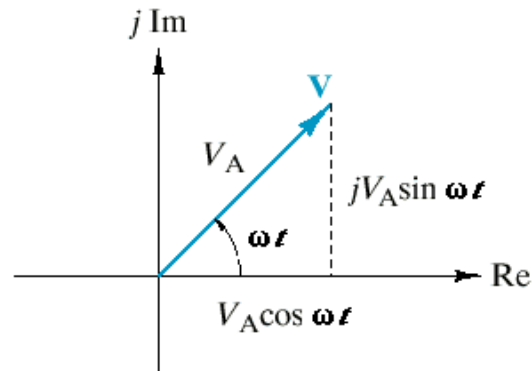
og hornið

$$\tan^{-1} \left(\frac{C \sin \theta}{C \cos \theta} \right) = \tan^{-1}(\tan \theta) = \theta$$

sem við ritum þá gjarnan

$$C \angle \theta$$

Vísar



- Hugsum okkur tvinntölubreytu V sem hefur stærðina 1 og horn sem fer stækkandi með hraðanum ω [rad/sek]
- Ef hornið er 0° við tímann $t = 0$ má lýsa þessu

$$V = 1 \angle \omega t = \exp(j\omega t)$$

sem er tvinntöluveldisfall

Vísar

- Þetta má einnig rita

$$V = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

- Tvinntölugildar spennu- og straumlindir eru ekki til í raun og veru en við notum þær sem stærðfræðileg hjálpartæki
- Slíka spennu má rita sem

$$v(t) = V_m e^{j(\omega t + \theta)} = V_m \cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)$$

svo að

$$V_m \cos(\omega t + \theta) = \operatorname{Re} \left\{ V_m e^{j(\omega t + \theta)} \right\}$$

eða

$$v(t) = V_m e^{j\theta} e^{j\omega t}$$

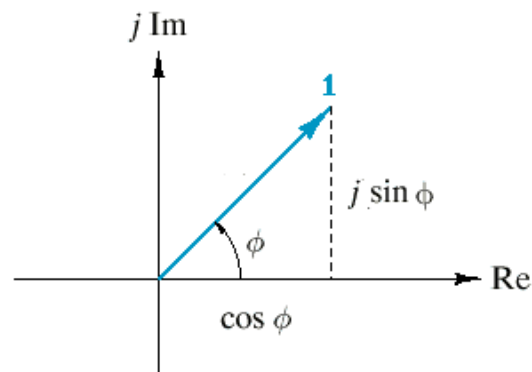
Vísar

- Stærðin

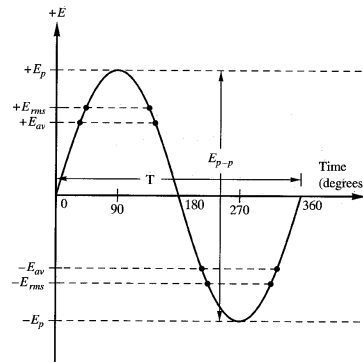
$$V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

er kölluð **vísirinn** fyrir $v(t)$

- Þetta má hugsa sér þannig að $v(t)$ sé vigur í tvinntöluplaninu sem snýst um upphafspunktinn (rangsælis) með hornhraðanum ω og stærð hans og horn við $t = 0$ eru $V_m \angle \theta$



Afriðun – Sinusbylgja



- Hvaða gildi er verið að mæla ?
 - Útslag E_p
 - Útslag í útslag (e. peak to peak) E_{pp}

$$E_{pp} = |+E_p| + |-E_p|$$

- Virkt gildi E_{rms}
- Meðaltal E_{av}

Afriðun – Sinusbylgja

- Fyrir hreinan sínus er

$$E_{\text{rms}} = \frac{E_{\text{p}}}{\sqrt{2}}$$

- Meðalspenna yfir heila sínussveiflu er

$$E_{\text{av}} = 0$$

og hálf sínussveiflu

$$E_{\text{av}} = \frac{2E_{\text{p}}}{\pi}$$

Afriðun – Sinusbylgja

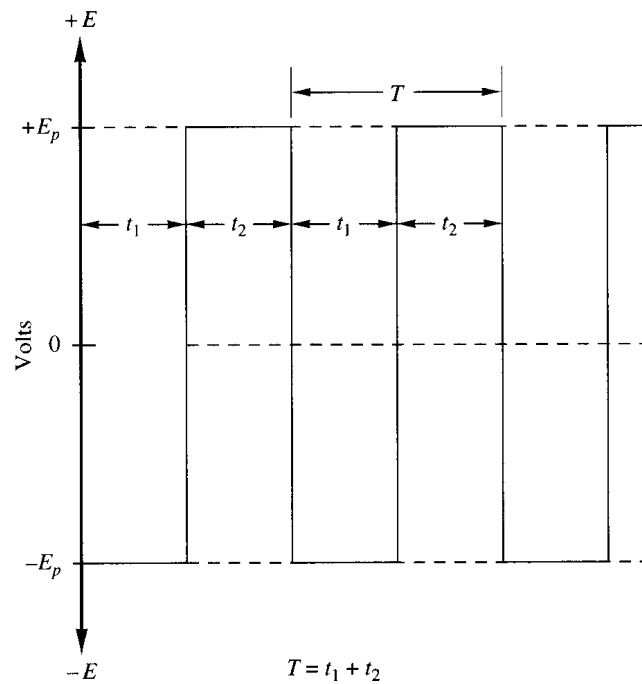
- Formþátturinn er

$$\Lambda = \frac{V_{\text{rms}}}{V_{\text{av}}(\frac{1}{2}\text{bylgja})}$$

SVO

$$\Lambda_{\text{sinus}} = \frac{V_{\text{rms}}}{V_{\text{av}}(\frac{1}{2}\text{bylgja})} = \frac{\frac{E_p}{\sqrt{2}}}{\frac{2E_p}{\pi}} = 1.11$$

Afriðun – Kassabylgja



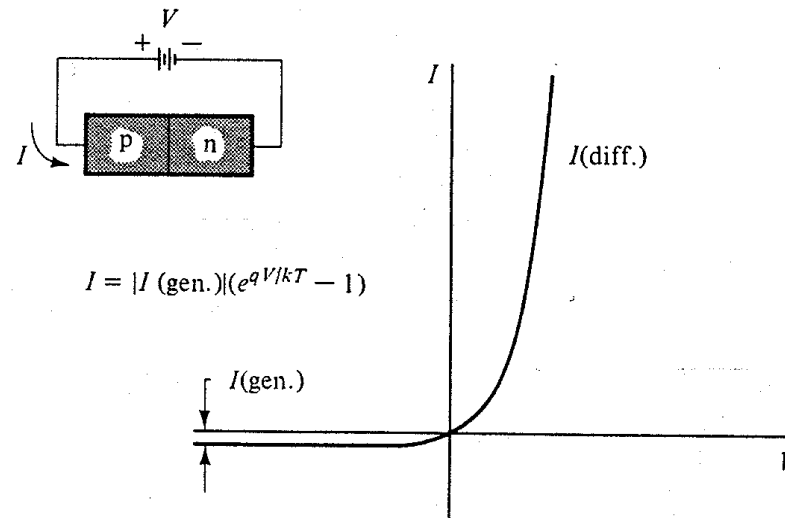
Fyrir hálfra sveiflu er meðaltalið

$$E_{av} = \frac{E_p}{2}$$

Afriðun – Díóður

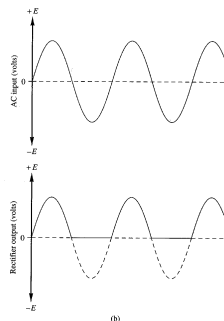
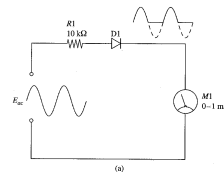
- Afriðun er það kallað þegar tvístefnu AC bylgjuformi er breytt í einstefnu bylgjuform
- Afriðun er gerð með því að raðtengja eina eða fleiri díóður í straumrásina
- Díóða hleypir straum aðeins í aðra áttina
- Spennufall er yfir díóðu, 0.7 V yfir kísildíóðu og 0.3 V yfir germandíóðu

Afriðun – Díóður



- Straumur rennur auðveldlega frá p til n þegar á p er lögð jákvæð spenna með tilliti til n, **framspennt**
- Nær engin straumur rennur þegar p er neikvætt með tilliti til n, **bakspennt**
- Álögð spenna fellur að mestu yfir berasnauða bilið

Afriðun – Hálfbylgju



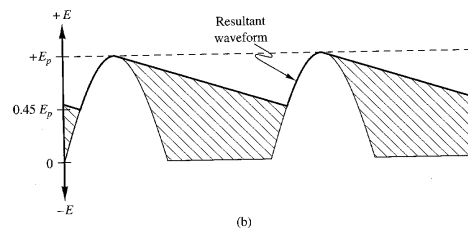
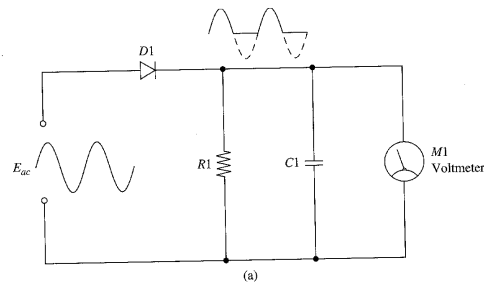
- Fyrir hálfbylgju afriðað merki er meðalspennan

$$E_{av} = 0.318E_p$$

sem er helmingur af $E_{av} = 2E_p/\pi = 0.637E_p$ fyrir hreinan sinus.

Afriðun – Hálfbylgju

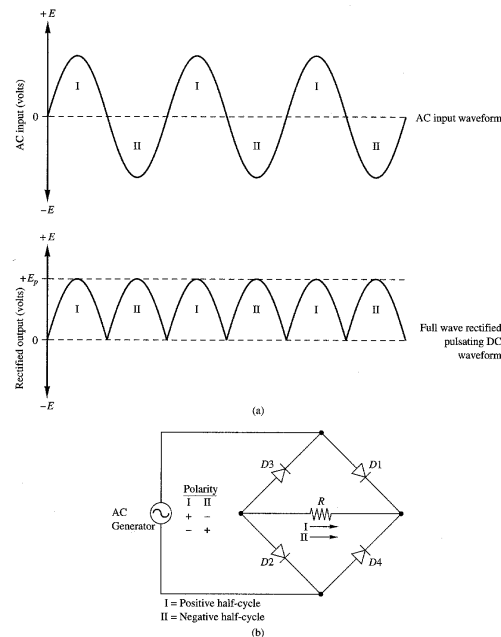
- Hálfbylgju afriðað merki er langt frá því að vera DC merki, en nota má gárusíu (e. ripple filter) til að komast nær DC merki.



- Þéttirinn hleðst upp á meðan spennan fer hækkandi en gefur frá sér hleðslu þegar spennan lækkar

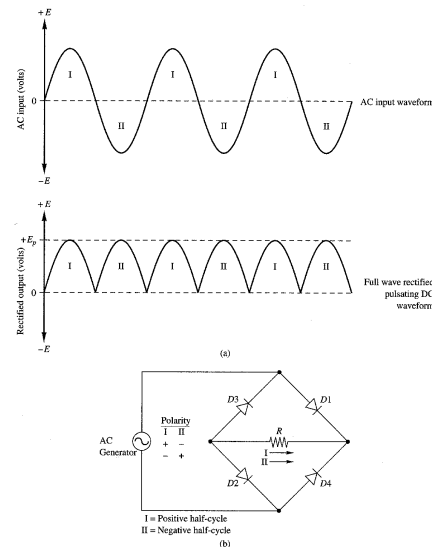
Afriðun – Heilbylgju

- Betra er að nota heilbylgju afriðun til að komast nær DC forminu



- Í fasa I er spennan jákvæð og díóður D1 og D2 eru framspenntar og D3 og D4 bakspenntar. Straumur frá neikvæðu skauti í jákvætt fer þá um D2, álagsviðnámið R og D1

Afriðun – Heilbylgju



- Þegar straumstefnan snýst eru D3 og D4 framspenntar
- Nú fer straumur um D3, álagsviðnámið R og D4
- Fyrir hreina heilbylgjuafriðaða sínusbylgju er

$$E_{av} = 0.637E_p = 0.9E_{rms}$$

Samviðnám

- Hér skoðum við samband straums og spennu fyrir einstakar rásaeiningar þegar um þær fer sínuslaga straumur
- Ef að augnabliksstraumurinn er gefinn með

$$i(t) = I \cos \omega t$$

og augnabliksspennan er gefin með

$$v(t) = V \cos(\omega t + \phi)$$

þá er ϕ kallað **fasahorn**

Samviðnám

- Við tölum um **samviðnám** Z sem hefur bæði raunhluta og /eða launhluta – stundum nefnt **tvinnviðnám**
- Raunhlutinn kallast þá **raunviðnám** R (e. resistance) og þverhlutinn kallast **launviðnám** X (e. reactance)
- Þá er samviðnámið ritað

$$Z = R + jX$$

- **Samleiðnin** Y hefur einnig raunhluta og/eða þverhluta og kallast raunhlutinn **raunleiðni** G (e. conductance) og þverhlutinn **launleiðni** B (e. susceptance)

Samviðnám

- Við ritum samleiðni sem

$$Y = G + jB$$

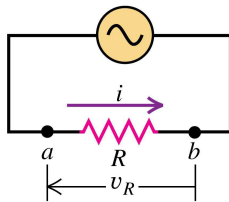
- Samviðnám fyrir sínuslaga örvun er hlutfall spennu og straums sem bæði eru táknuð sem tvinntöluveldisföll

$$Z(j\omega) = \frac{\mathbf{V}e^{j\omega t}}{\mathbf{I}e^{j\omega t}} = \frac{V\angle\theta}{I\angle\phi} = \frac{V}{I}\angle\theta - \phi$$

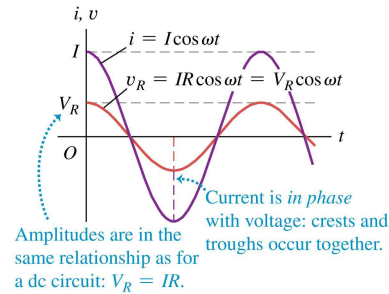
- Samviðnámið $Z(j\omega)$ breytist ekki með tíma – það er alltaf sama innbyrðis afstaða milli spennuvísis og straumvísis

Samviðnám

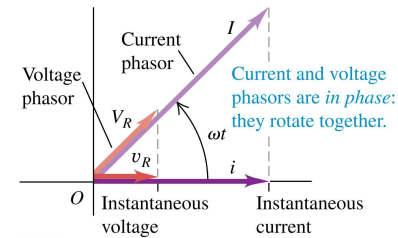
(a) Circuit with ac source and resistor



(b) Graphs of current and voltage versus time



(c) Phasor diagram



- Fyrst skoðum við viðnám R sem um rennur sinusstraumur

$$i(t) = I \cos \omega t$$

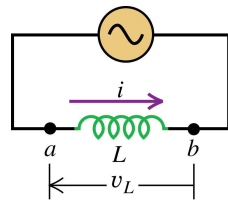
- Lögmál Ohms segir að augnabliksspennan yfir viðnámið er

$$v_R(t) = iR = IR \cos \omega t = V_R \cos \omega t$$

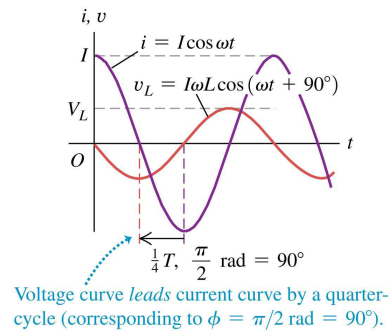
- Bæði straumurinn og spennan eru í réttu hlutfalli við $\cos \omega t$ og straumurinn þess vegna í fasa við spennuna

Samviðnám

(a) Circuit with ac source and inductor

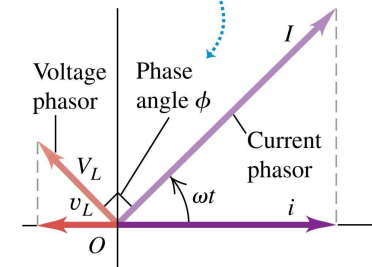


(b) Graphs of current and voltage versus time



(c) Phasor diagram

Voltage phasor *leads* current phasor by $\phi = \pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$.



- Nú látum við strauminn $i(t) = I \cos \omega t$ fara um spólu
- Þrátt fyrir að ekkert viðnám sé í rásinni þá er mættismunur milli pólanna a og b táknaður með v_L og ritað

$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} I \cos \omega t = -I\omega L \sin \omega t = I\omega L \cos(\omega t + 90^\circ)$$

- Spennan og straumurinn eru út úr fasa sem nemur fjórðung á heilum snúningi eða að spennan er 90° á undan straumnum

Samviðnám

- Spennuútslagið yfir spóluna er

$$V_L = I\omega L$$

og við skilgreinum **launviðnám** (e. reactance)

$$X_L = \omega L$$

- Ef við hugsum okkur að um spóluna fari tvinntölustraumur

$$\hat{i}(t) = \mathbf{I}e^{j\omega t}$$

og spennan yfir spóluna er

$$\hat{v}(t) = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

Samviðnám

- Sambandið milli straums og spennu er þá

$$\hat{v}(t) = L \frac{d\hat{i}}{dt}$$

eða

$$\mathbf{V}e^{j\omega t} = L \frac{d}{dt} (\mathbf{I}e^{j\omega t}) = j\omega L \mathbf{I}e^{j\omega t}$$

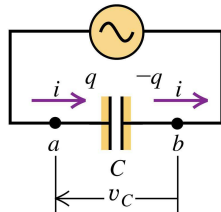
- Þannig að

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = Z_L(j\omega) = j\omega L$$

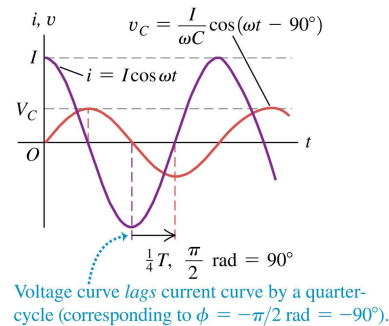
og $Z_L(j\omega)$ er **samviðnám** spólunnar fyrir sínuslaga innmerki af tíðni ω

Samviðnám

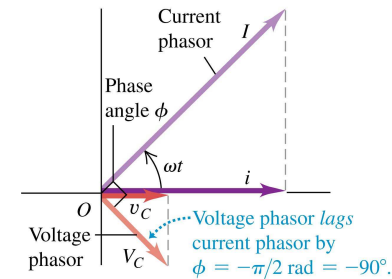
(a) Circuit with ac source and capacitor



(b) Graphs of current and voltage versus time



(c) Phasor diagram



- Látum nú strauminn $i(t) = I \cos \omega t$ fara um þétti
- Um strauminn gildir að $i = dq/dt$
- Þannig að

$$i = \frac{dq}{dt} = I \cos \omega t$$

sem við tegrum

$$q = \frac{I}{\omega} \sin \omega t$$

Samviðnám

- Við vitum líka að $q = Cv_C$ og þar með finnum við

$$v_C = \frac{I}{\omega C} \sin \omega t$$

- Við sjáum líka að

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv_C}{dt}$$

- við segjum að spennan sé 90° á eftir straumnum
- Spennuútslagið yfir þéttinn er

$$V_C = \frac{I}{\omega C}$$

og launviðnámið

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Samviðnám

- Ef við hugsum okkur að um þéttinn fari tvinntölustraumur

$$\hat{i}(t) = \mathbf{I}e^{j\omega t}$$

og spennan yfir þéttinn er

$$\hat{v}(t) = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

- Sambandið milli straums og spennu er þá

$$\hat{i}(t) = C \frac{d\hat{v}}{dt}$$

eða

$$\mathbf{I}e^{j\omega t} = C \frac{d}{dt} (\mathbf{V}e^{j\omega t}) = j\omega C \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

Samviðnám

- Þannig að

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = Z_C(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$$

og $Z_C(j\omega)$ er **samviðnám** þéttisins fyrir sínuslaga innmerki af tíðni ω

⇒ Dæmi 11.2.

⇒ Dæmi 11.3.

⇒ Dæmi 11.4.

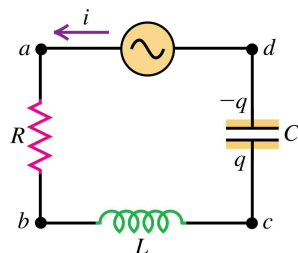
Samviðnám

	Samviðnám	Samleiðni
Spóla	$Z_L = j\omega L$	$Y_L = \frac{1}{j\omega L}$
Þéttir	$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$	$Y_C = j\omega C$
Viðnám	$Z_R = R$	$Y_R = \frac{1}{R}$

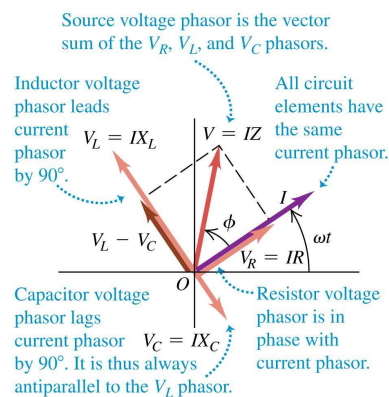
- Samviðnám raðtengdra rásaeininga fæst með því að leggja saman samviðnám einstakra rásaeininga

Samviðnám – raðtengd LRC rás

(a) L-R-C series circuit

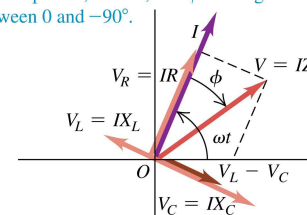


(b) Phasor diagram for the case $X_L > X_C$



(c) Phasor diagram for the case $X_L < X_C$

If $X_L < X_C$, the source voltage phasor lags the current phasor, $X < 0$, and ϕ is a negative angle between 0 and -90° .

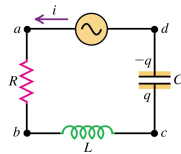


- Samviðnámið milli póla spennugjafans er þá

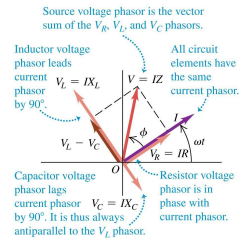
$$Z_{\text{total}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Samviðnám – raðtengd LRC rás

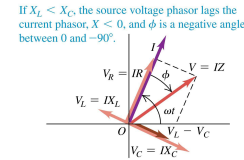
(a) L-R-C series circuit



(b) Phasor diagram for the case $X_L > X_C$



(c) Phasor diagram for the case $X_L < X_C$



- Mættismunurinn milli póla viðnámsisins er

$$V_R = IR$$

- Mættismunurinn milli póla spólunnar er

$$V_L = Ij\omega L$$

og milli póla þéttisins

$$V_C = I \frac{-j}{\omega C}$$

Samviðnám – raðtengd LRC rás

- Stærðin á samviðnáminu er gefin með

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

- Hornið ϕ á milli spennu og straumvísanna er gefið með

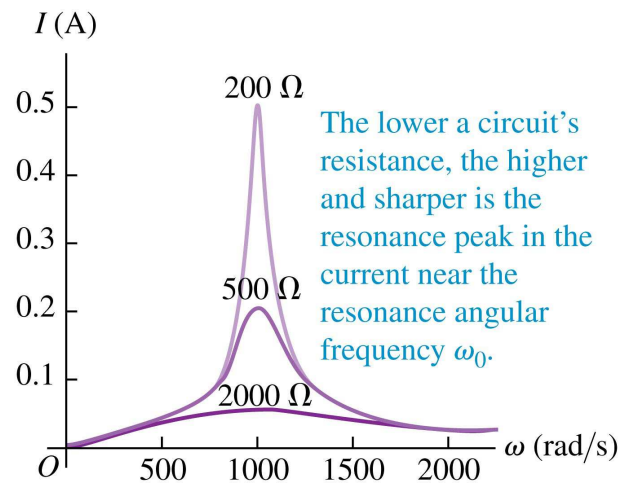
$$\tan \phi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

- Ef við leyfum tíðninni að breytast þá er útslag straumsins

$$I = \frac{V}{|Z|} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

og við sjáum að stærst gildi straumsins er þegar samviðnámið er lágmarkað

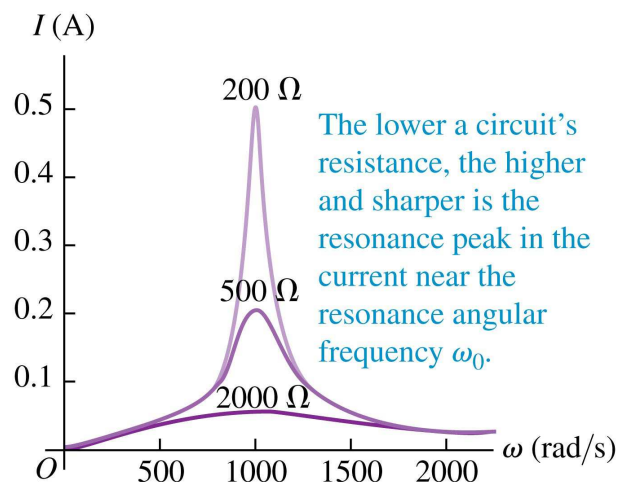
Samviðnám – raðtengd LRC rás



- Hámarksútslag straumsins á sér stað við tiltekna tíðni sem nefnd er **herma** (e. resonance)
- Horntíðnin þar sem herman á sér stað er gefin með

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

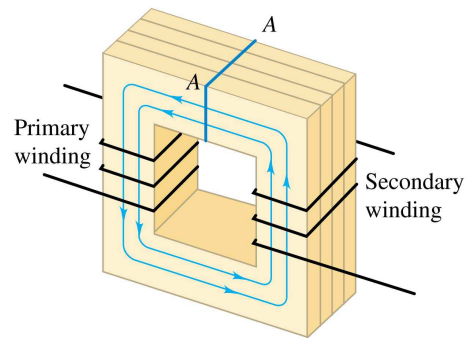
Samviðnám – raðtengd LRC rás



- Við lága tíðni $\omega \rightarrow 0$ þá er $\omega L \rightarrow 0$ og $1/\omega C \rightarrow \infty$ svo $|Z| \rightarrow \infty$ og $I \rightarrow 0$
- Við háa tíðni $\omega \rightarrow \infty$ þá er $\omega L \rightarrow \infty$ og $1/\omega C \rightarrow 0$ svo $|Z| \rightarrow \infty$ og $I \rightarrow 0$

Spennar

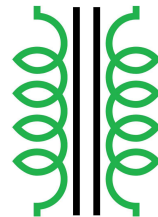
(a) Schematic transformer



- Hér sjáum við spennu, tvær spólur sem eru einangraðar hvor frá annari en vafðar um sama kjarnann
- Kjarninn er gjarnan úr járni eða efni með háan hlutfallslegan segulsvörunarstuðul K_m
- Þetta veldur því að segulsviðið vegna straumsins í annari spólunni helst innan kjarnans og fara þess vegna um hina spóluna sem hámarkar gagnspanið

Spennar

- Vafið sem aflinu er veitt inn á er nefnt **forvaf** og vafið þar sem afl er tekið út af spenninum er nefnt **bakvaf**
- Rásatáknið fyrir spenni er



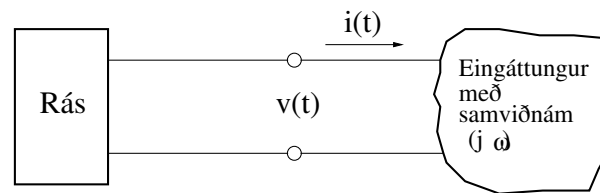
- Þegar segulflæðið breytist vegna breytilegs straums í báðum spólunum er íspennan

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{og} \quad \mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

og sama segulflæðið fer um bæði forvaf og bakvaf og við getum ritað

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{eda} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Augnabliksafl og meðalafl



- Höfum áður skilgreint **augnabliksafl**

$$p(t) = v(t)i(t)$$

- Þegar sínuslaga innmerki með horntíðni ω er fætt inn á línulega rás verða allir straumar og spennur í rásinni sínuslaga með sömu horntíðni
- Gerum ráð fyrir að

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

og

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Þá verður augnabliksafl

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

eða

$$p(t) = \underbrace{\frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{fasti}} + \underbrace{\frac{V_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)}_{\text{tvöföld horntíðni}}$$

Augnabliksafl og meðalafli

- Önnur mikilvæg stærð er meðalafli P eða P_{ave} sem er skilgreint sem meðalgildi augnabliksafls $p(t)$ yfir tiltekið tímabil $[t_1, t_2]$ þar sem $t_2 - t_1 = T$
- Skilgreinum meðalafli

$$P_{\text{ave}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

eða

$$P_{\text{ave}} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_Z)$$

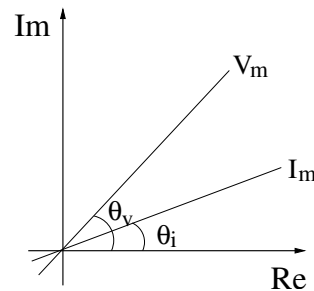
Augnabliksafl og meðalafl

- Hér er

$$\theta_Z = \theta_v - \theta_i$$

horn samviðnámsins $Z(j\omega)$ við raunás

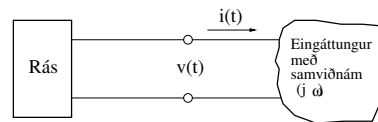
- Ef $Z(j\omega) = R$ þá er $\theta_Z = 0$



- Getum einnig skrifað

$$P_{\text{ave}} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_i - \theta_v)$$

Augnabliksafl og meðalafli



- Ef við höfum samviðnám

$$Z = R + jX$$

þá er

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= Z\mathbf{I} = (R + jX)\mathbf{I} \\ &= \underbrace{R\mathbf{I}}_{\text{í fasa við } \mathbf{V}} + \underbrace{jX\mathbf{I}}_{90^\circ \text{ úr fasa við } \mathbf{V}} \end{aligned}$$

- Einfalt er að sýna fram á að

$$P_{\text{ave}} = |I_{\text{rms}}| \times |RI_{\text{rms}}| = |I_{\text{rms}}|^2 R$$

vegna þess að launviðnám tekur ekkert meðalafli til sín

Augnabliksafl og meðalafli

- Á sama hátt gildir

$$P_{\text{ave}} = |V_{\text{rms}}| \times |GV_{\text{rms}}| = |V_{\text{rms}}|^2 G$$

- Skilgreinum meðalafli sem

sýndarafl \times aflstuðull

eða

$$P_{\text{ave}} = S \times \text{pf}$$

Augnabliksafl og meðalafll

- Afstuðull er skilgreindur

$$\text{pf} = \frac{P_{\text{ave}}}{S} = \frac{\text{raunafl}}{\text{sýndarafl}}$$

þar sem

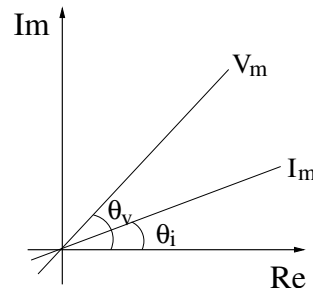
$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$$

og

$$\text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_Z)$$

- Afstuðullinn er þess vegna cosínus af horninu á milli spennuvísins \mathbf{V} og straumvísins \mathbf{I}

Augnabliksafl og meðalafli



- Það að þekkja aflstuðulinn segir ekki allt um hornið þar eð

$$\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_i - \theta_v)$$

- Til að lýsa þessu horni er talað um seinkaðan aflstuðul ef straumur er á eftir spennu eða álag sé span, og flýttan aflstuðul ef straumur er á undan spennu og álag rýmd
- **Launafl** (e. reactive power) er þverhluti aflsins (meðalafli vegna þverhluta er núll)

Augnabliksafl og meðalafll

- Höfum sýndaraff

$$S = P + jQ$$

þá er fyrir

$$v(t) = \sqrt{2}V_{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I_{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_i)$$

launaflið

$$Q = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

eða

$$Q = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \sin(\theta_Z)$$

Frekari upplýsingar

- Þessi kafli er að mestu byggður á kafla 31 hjá Young and Freedman (2015).

Heimildir

Young, H. D. and R. A. Freedman (2015). *University Physics with Modern Physics* (14 ed.). Harlow, England: Pearson Education.