

Eðlisfræði II:

Rýmd og rafsvavarar

Kafla 4

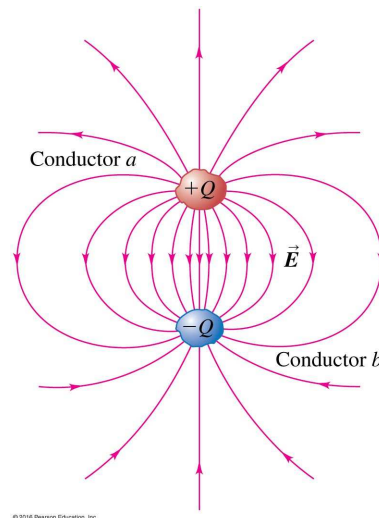
Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

3. vika vor 2016

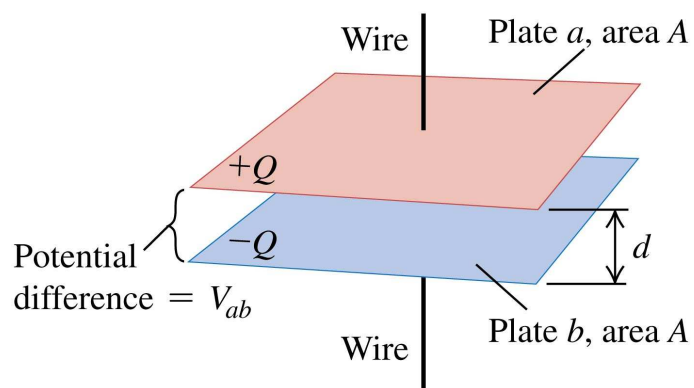
Þéttar og rýmd

- Rýmd er önnur leið til að líta á rafstöðuorku
- Orka sú er geymd er í hlöðnum þétti er skyld rafsviðinu í rúminu á milli leiðaranna
- Allir tveir leiðarar sem eru aðskildir með einangrara (eða lofttæmi) mynda þétti



Þéttar og rýmd

(a) Arrangement of the capacitor plates



- Í sinni einföldustu mynd samanstendur þéttir af tveimur samsíða plötum sem hvor um sig hefur yfirborðsflatarmál A og þær eru aðskildar með fjarlægðinni d
- Rafsviðið er í réttu hlutfalli við styrk hleðslunnar á hvorum leiðara, Q

Þéttar og rýmd

- Það fylgir þá að mættismunurinn milli leiðaranna V_{ab} er einnig í réttu hlutfalli við hleðsluna Q
- Hlutfall hleðslu og mættismunar breytist hins vegar ekki, þetta hlutfall er nefnt **rýmd** (e. capacitance)

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

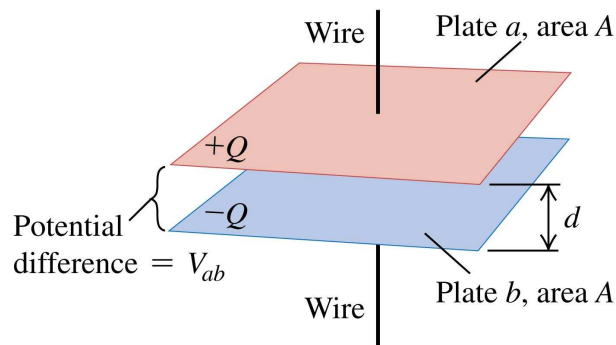
- SI einingin fyrir rýmd er farad [F] nefnd eftir englendingnum Michael Faraday
- Eitt farad jafngildir einu Coulomb á hvert volt

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

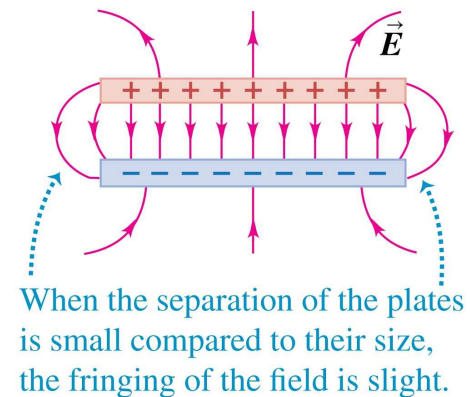
- Rýmd er mælikvarði á hæfi þéttis til að geyma orku

Þéttar og rýmd

(a) Arrangement of the capacitor plates



(b) Side view of the electric field \vec{E}



- Þegar plöturnar eru hlaðnar er rafsviðið staðbundið í rúmminu milli platnanna
- Sviðið er nánast einsleitt og hleðslurnar eru einsleitt dreifðar á flötinn
- Þetta er nefnt **plötupéttir**

Þéttar og rýmd

- Við höfum séð að

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

þar sem σ er yfirborðshleðsluþéttleiki á hvorri plötu

- Þetta svarar til styrks heildar hleðslunnar Q á hvorri plötu deilt í með yfirborðsflatarmáli þeirra eða

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

svo að styrk rafsviðsins má rita

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Þéttar og rýmd

- Sviðið er einsleitt og fjarlægð milli platnanna d , svo að mættismunurinn milli platnanna er

$$V_{ab} = Ed = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Qd}{A}$$

- Þar með er

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

- Rýmdin ræðst aðeins af rúmstærum þéttisins, er í réttu hlutfalli við flatarmál platnanna og í öfugu hlutfalli við fjarlægðina á milli platnanna
- Þegar efni er komið fyrir á milli platnanna hefur það áhrif á rýmdina

Þéttar og rýmd

- Ef A er í fermetrum og d er í metrum þá er C í farads
- Einingar rafsvörunarstuðulsins ϵ_0 eru $C^2/N\ m^2$ svo

$$1\ F = 1\ C^2/Nm = 1\ C^2/J$$

- Þar sem $1\ V = 1\ J/C$ (orka á hleðslueiningu) þá svarar þetta til þess að $1\ F = 1\ C/V$
- Einnig er þá $1\ C^2/N\ m$

$$1\ F = 1\ C^2/Nm^2 = 1\ F/m$$

svo að

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ F/m$$

Þéttar og rýmd

- Eitt Farad er mjög mikil rýmd og er heppilegt að nota microfarad ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$) eða picofarad ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$)

⇒ Dæmi 4.1.

⇒ Dæmi 4.2.

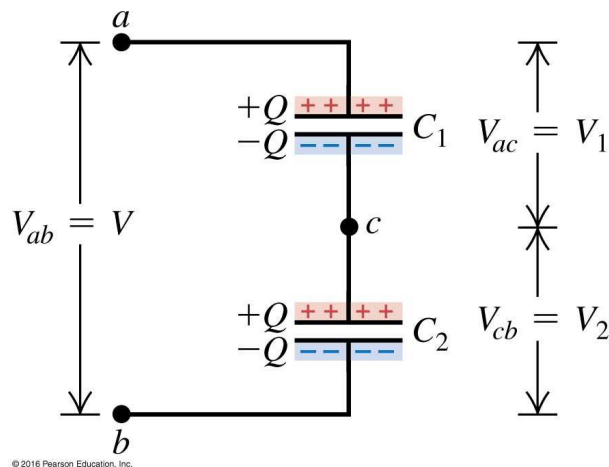
Þéttar rað- eða samsíðatengdir

(a) Two capacitors in series

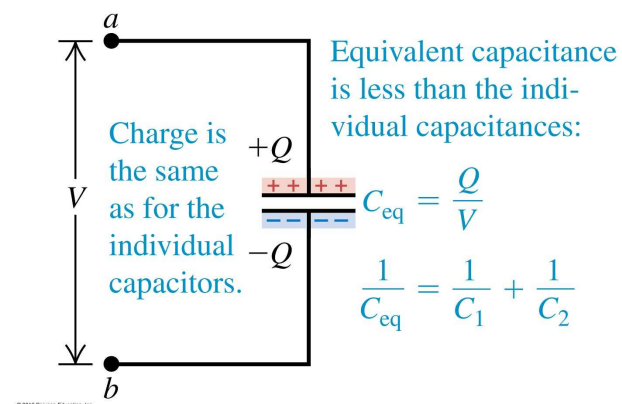
Capacitors in series:

- The capacitors have the same charge Q .
- Their potential differences add:

$$V_{ac} + V_{cb} = V_{ab}$$



(b) The equivalent single capacitor



- Myndin sýnir raðtengda þétta

Þéttar rað- eða samsíðatengdir

- Við sjáum að mættismunurinn milli punktanna a og c er

$$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

og milli c og b

$$V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

þannig að milli a og b er mættismunurinn

$$V_{ab} = V = V_1 + V_2 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

þannig að

$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Þéttar rað- eða samsíðatengdir

- **Jafngildisrýmd** C_{eq} raðtengdra þetta er skilgreind sem rýmd eins þéttis þar sem hleðslan Q er sú sama, þegar mættismunurinn V er sá sami
- Með öðrum orðum í stað raðtengingarinnar má setja jafngildis þétti af rýmd C_{eq}

- Við sjáum þá

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- Það má útvíkka þetta fyrir hvaða fjölda raðtengdra þétt sem vera vill

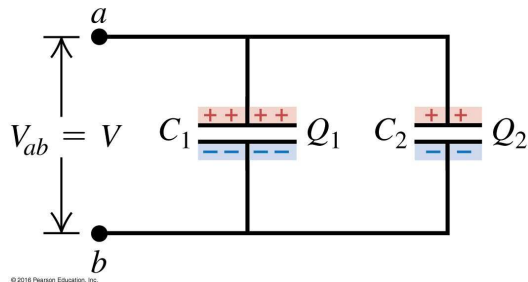
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Þéttar rað- eða samsíðatengdir

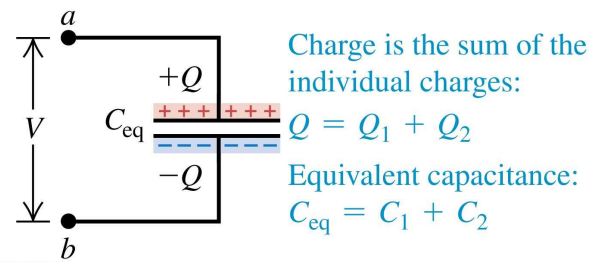
(a) Two capacitors in parallel

Capacitors in parallel:

- The capacitors have the same potential V .
- The charge on each capacitor depends on its capacitance: $Q_1 = C_1V$, $Q_2 = C_2V$.



(b) The equivalent single capacitor



- Þegar þéttar eru samsíða tengdir er mættismunurinn yfir alla þéttana sá sami og $V_{ab} = V$
- Hleðslurnar Q_1 og Q_2 eru ekki nauðsynlega jafnar
- Hleðslurnar eru

$$Q_1 = C_1V \quad \text{og} \quad Q_2 = C_2V$$

Þéttar rað- eða samsíðatengdir

- Heildar hleðslan Q jafngildisþéttis er þá

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V$$

svo að

$$\frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

- Samsíða tenging er jafngild einum þétti með sömu heildar hleðslu

$$Q = Q_1 + Q_2$$

og mættismun V

Þéttar rað- eða samsíðatengdir

- Jafngildisrýmdin er þá

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$

- Á sama hátt leiðir samsíðatenging fjölda þetta til jafngildisrýmdar

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

⇒ Dæmi 4.3.

⇒ Dæmi 4.4.

Orkugeymd í þéttum

- Margir mikilvægir notkunarmöguleikar þetta byggja á hæfni þeirra til að geyma orku
- Rafstöðuorkan sem er geymd í þétti er jöfn orkunni sem fór í að hlaða hann
- Þegar þéttir hefur verið hlaðinn er loka hleðsla hans Q og spennann yfir hann V og eru þessar stærðir tengdar með

$$V = \frac{Q}{C}$$

- Látum q og v vera hleðslu og mættismun einhverntíma í hleðsluferlinu þannig að $v = q/C$

Orkugeymd í þéttum

- Á þessu stigi er þörf á vinnunni dW til að bæta við örsmæðarhleðslunni dq gefin með

$$dW = v dq = \frac{q dq}{C}$$

- Heildarvinnan sem þörf er á til að auka hleðslu þéttisins frá núll til Q er þá

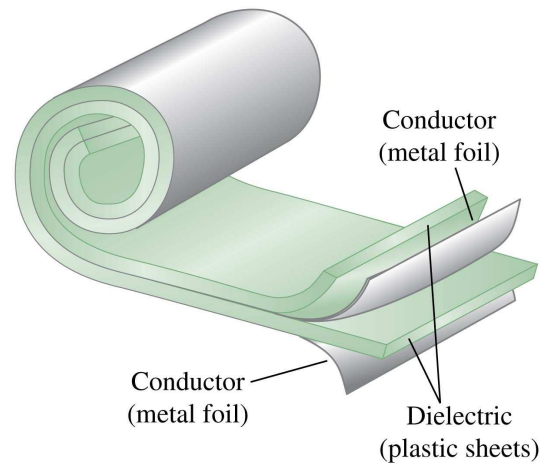
$$W = \int_0^Q dW = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

- Mættisorkan er þá

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$$

⇒ Dæmi 4.5.

Rafsvararar



- Flestir þéttar hafa óleiðandi efni, eða **rafsvara** milli hinna leiðandi platna
- Dæmigert er að málmþynnur séu notaðar sem leiðandi plötur og þær aðskildar með plastþynnu eins og Mylar
- Þessari samloku er síðan rúllað upp í einingu sem hefur rýmd af stærðarþrepinu microfarad

Rafsvarar

- Þegar rúmið milli platnanna er fyllt af rafsvara þá er hlutfall rýmdar og rýmdar sama þéttis í lofttæmi gefið með

$$\kappa = \frac{C}{C_0}$$

sem er hlutfallslegur rafsvörunarstuðull rafsvara

- Þegar við erum með rafsvara er þá er mættis munurinn fyrir gefna hleðslu Q skertur sem nemur κ
- Rýmd þéttis með rafsvara er þá

$$C = \kappa C_0 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d}$$

Rafsvararar

	κ
Lofttæmi	1
Andrúmsloft [1 atm]	1.00059
Teflon	2.1
Mylar	3.1
Mica	3 – 6
Gler	5 – 10
titanium dioxide	173
Vatn	80.4

Rafsvarar

- Þegar rafsvara er komið fyrir milli platnanna en hleðslunni er haldið fastri, þá leiðir það til þess að mættismunurinn milli platnanna fellur sem nemur stuðlinum κ
- Þetta segir okkur að rafsviðið á milli platnanna fellur einnig sem nemur stuðlinum κ
- Ef E_0 er stærð rafsviðsins í lofttæmi þá er rafsviðið þegar rafsvara er komið fyrir á milli platnanna

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

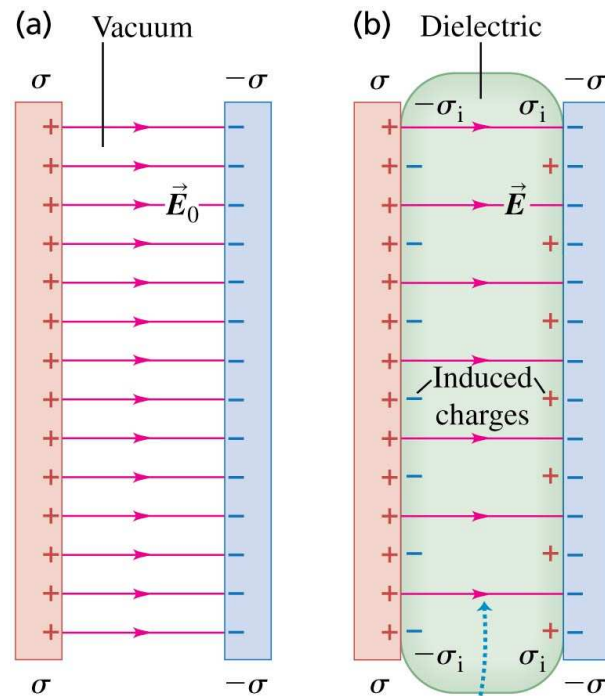
- Þar sem styrkur rafsviðsins er mun minni þegar rafsvari er til staðar þá verður yfirborðspéttleikinn að vera minni

Rafsvarar

- Yfirborðshleðsluþéttleikinn á leiðandi plötunum breytist ekki, en spönuð hleðsla af anstæðri stefnu myndast á yfirborði rafsvarans
- Yfirborðshleðslan sem myndast á yfirborði rafsvarans stafar af umröðun neikvæðra og jákvæðra hleðsla innan rafsvarans - kallað **skautun** efnisins
- Látum σ_i vera styrk hleðslu á flatareiningu á yfirborði rafsvarans
- σ er yfirborðshleðsluþéttleiki á yfirborði leiðaranna
- Heildarhleðslan á hvorri hlið þéttisins er þá

$$\sigma_{\text{net}} = \sigma - \sigma_i$$

Rafsvarar



For a given charge density σ , the induced charges on the dielectric's surfaces reduce the electric field between the plates.

© 2016 Pearson Education, Inc.

Rafsvavarar

- Rafsviðið þegar rafsvari er á milli leiðandi platananna er gefið með

$$E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0}$$

og í lofttæmi er rafsviðið

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

- Með umritun finnum við að hleðsluþéttleiki á yfirborði rafsvara er

$$\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right)$$

- Stærðin

$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

er nefnd **rafsvörnuarstuðull rafsvarans**

Rafsvararar

- Rýmdin er þá fyrir plötupétti með rafsvara

$$C = \kappa C_0 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d}$$

og orkupéttleikinn

$$u = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

⇒ Dæmi 4.6.

Frekari upplýsingar

- Þessi kafli er að mestu byggður á kafla 24 hjá Young and Freedman (2015).

Heimildir

Young, H. D. and R. A. Freedman (2015). *University Physics with Modern Physics* (14 ed.). Harlow, England: Pearson Education.