

Eðlisfræði II:

Segulsvið og segulkraftar

Kaflí 7

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

6. vika vor 2016

Inngangur

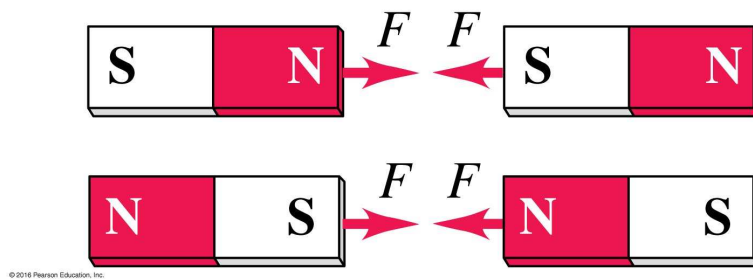
- Segulkraftar gegna mikilvægu hlutverki í nútímanum
- Þeir eru hjartað í rafmótorum, örbylgjuofnum, hátölurum, prenturum, og diska drifum
- Ólíkt rafkröftum, sem verka á rafhleðslur hvort sem þær eru á hreyfingu eða ekki þá verka segulkraftar aðeins á hleðslu sem hreyfist
- Segulkraftar koma til í tveimur skrefum:
 - hleðsla á hreyfingu eða safn hleðsla á hreyfingu (straumur) mynda segulsvið
 - annar straumur eða hleðsla á hreyfingu svara þessu segulsviði, og þar með finna fyrir segulkrafti
- Hér skoðum við hvernig hleðsla á hreyfingu svarar segulsviði

Segulmagn

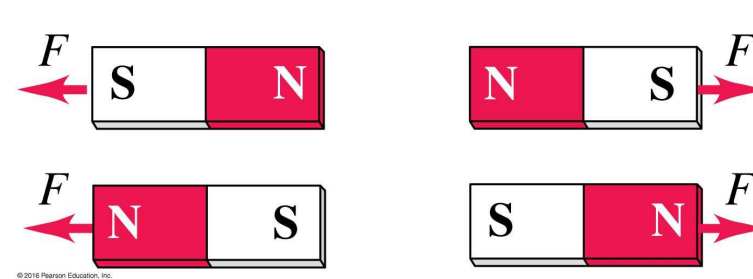
- Seguleiginleikar voru fyrst uppgötvaðir fyrir um 2500 í brotum af segulmögnuðu járni sem fannst í nágrenni borgarinnar Magnesia (nú Manisa í vestur hluta Tyrklands)
- Þessi brot eru það sem í dag er nefnt **sísegull** (e. permanent magnets)
- Á milli sísegla verka kraftar sem og á milli sísegla og óseglaðs járns
- Víxlverkun síseguls og nálar áttavita er lýst með **segulpólum**
- Ef að afgangur sísegull er frjáls að snúast, bendir annar endi hans í norður – þessi endi er kallaður **norðurpóll** og hinn endinn **suðurpóll**

Segulmagn

(a) Opposite poles attract.

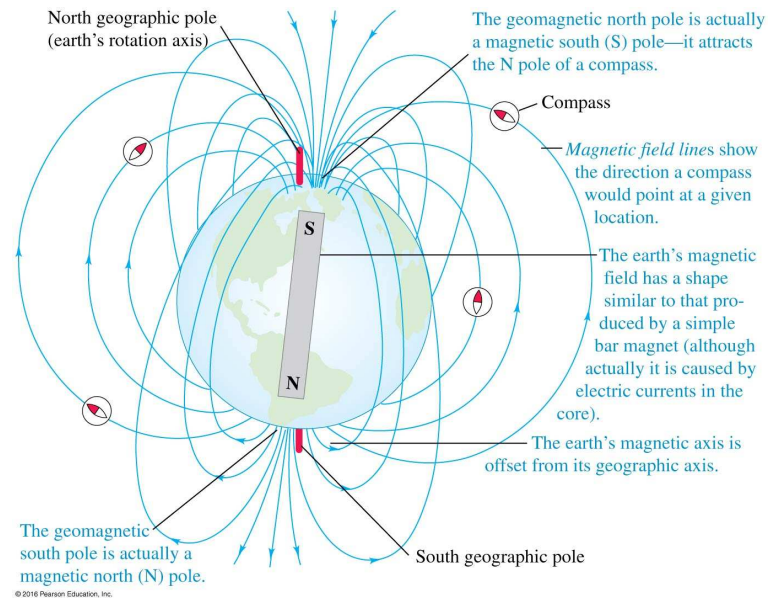


(b) Like poles repel.



- Andstæðir pólur dragast hvor að öðrum og líkir pólur hrinda hvor öðrum frá sér

Segulmagn

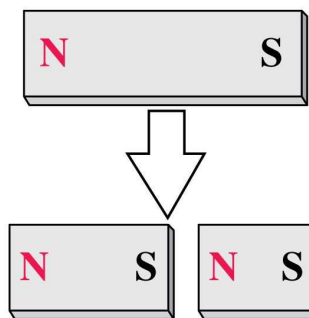


- Jörðinn er segull – landfræðilegi norðurpóllinn er í nágrenni við segul suðurpólinn
- Myndin sýnir segulsvið jarðar – línurnar, nefndar segulsviðslínur sýna stefnu áttavitanálar við sérhverja staðsetningu

Segulmagn

In contrast to electric charges, magnetic poles always come in pairs and can't be isolated.

Breaking a magnet in two ...



... yields two magnets,
not two isolated poles.

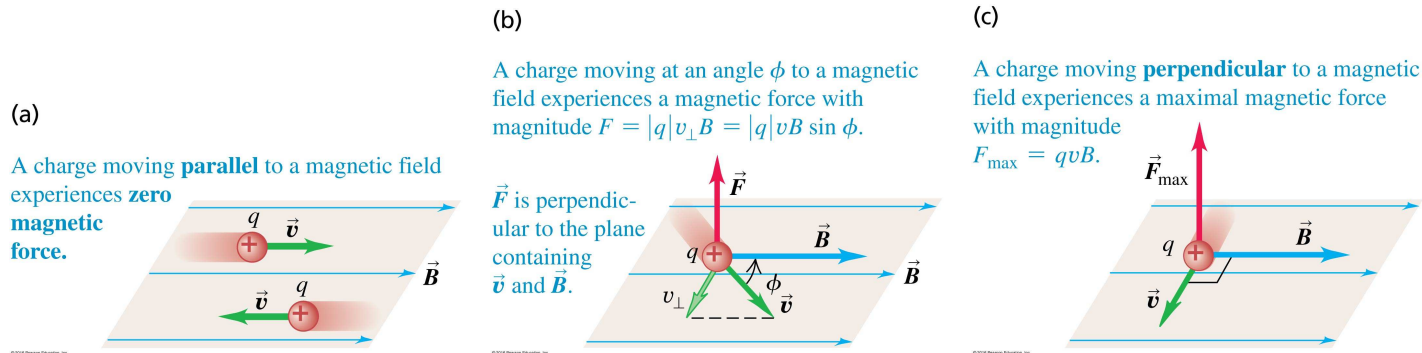
© 2010 Pearson Education, Inc.

- Segulpólarnir koma alltaf fram í pörum – einangraður seguleinpóll hefur ekki fundist
- Ef að segulstykki er brotið í tvennt verður hvor brotinn endi að segulpól

Segulsvið

- Þegar við innleiddum rafsvið voru það tvö skref
 - rafhleðslur valda rafsviði \mathbf{E} í umhverfi sínu
 - rafsviðið leiðir til þess að kraftur $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ á aðrar hleðslur sem eru í þessu sviði
- Á svipaðan hátt innleiðum við segulsvið
 - hleðsla á hreyfingu eða straumur leiðir til segulsviðs umhverfis strauminn (ásamt með rafsviði)
 - segulsviðið veldur því að kraftur \mathbf{F} verkar á sérhverja hleðslu á hreyfingu eða straum sem er í sviðinu
- Eins og rafsviðið er segulsviðið vigursvið
- Við notum táknið \mathbf{B} fyrir segulsvið

Segulsvið



- Stefna kraftsins \mathbf{F} er alltaf hornrétt á bæði \mathbf{v} og \mathbf{B} og styrkurinn er gefinn með

$$F = |q|v_{\perp}B = |q|vB \sin \phi$$

þar sem $|q|$ er tölugildi hleðslunnar, og ϕ er hornið mælt frá stefnunni á \mathbf{v} til stefnunnar á \mathbf{B}

Segulsvið

- Kraftur sem verkar á hleðslu q sem ferðast með hraðanum \mathbf{v} í segulsviði \mathbf{B} er gefinn með

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Stærð kraftsins má rita

$$F = |q| v B_{\perp}$$

- Við sjáum að einingin á B er sama og einingin á F/qv

Segulsvið

- SI einingin er því jafngild 1 Ns/Cm eða 1 N/Am
- Þessi eining er nefnd **tesla** [T] til heiðurs serbanum Nikola Tesla (1856 – 1943)

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ N/Am}$$

- Önnur algeng eining á B er gauss

$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

- Jarðeðlisfræðingar nota oft eininguna gamma (γ) þar sem

$$1 \gamma = 10^{-5} \text{ G} = 10^{-9} \text{ T}$$

Segulsvið

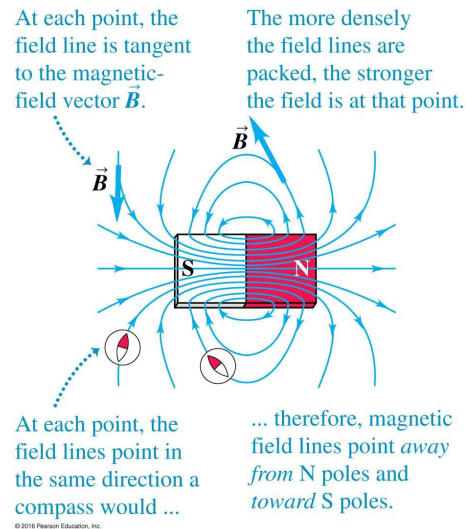
- Styrkur segulsviðs jarðar er þá 30000 γ við miðbaug til um 60000 γ við pólana. Þetta svarar til $3 - 6 \times 10^{-5}$ T eða 0.3 – 0.6 G
- Flökt í styrk segulsviðs jarðar getur verið allt að 150 γ yfir árið
- Styrkur segulsviðs sólar í braut jarðar er um 3 γ

⇒ Dæmi 7.1.

⇒ Dæmi 7.2.

⇒ Dæmi 7.3.

Segulsviðslínur og segulflæði

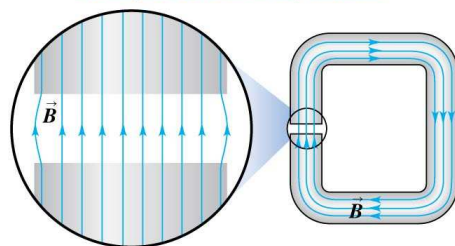


- Við getum lýst segulsviði með **segulsviðslínunum**
- Segulsviðslínurnar eru dregnar þannig að þannig að línan um sérhvern punkt er snertill (e. tangent) við segulsviðsvigurinn \mathbf{B} í þeim punkti
- Þegar aðliggjandi línur eru nálægt hver annari er segulsviðsstyrkurinn mikill og þegar þær eru fjarri hver annari er segulsviðsstyrkurinn lítill

Segulsviðslínur og segulflæði

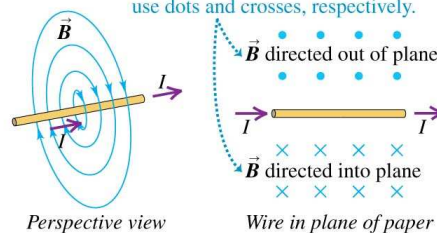
(a) Magnetic field of a C-shaped magnet

Between flat, parallel magnetic poles, the magnetic field is nearly uniform.

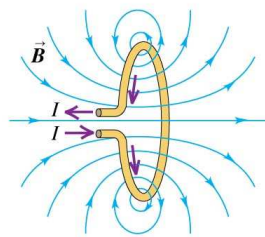


(b) Magnetic field of a straight current-carrying wire

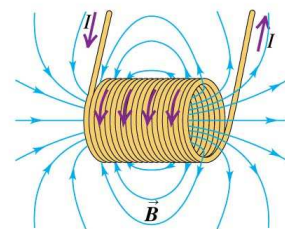
To represent a field coming out of or going into the plane of the paper, we use dots and crosses, respectively.



(c) Magnetic fields of a current-carrying loop and a current-carrying coil (solenoid)



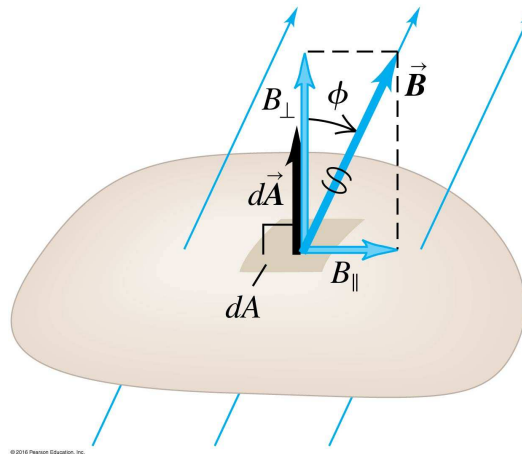
Notice that the field of the loop and, especially, that of the coil look like the field of a bar magnet (see Fig. 27.11).



© 2016 Pearson Education, Inc.

- Segulsviðslínur framkallaðar með nokkrum algengum segulsviðslindum

Segulviðslínur og segulflæði



- Við skilgreinum **segulflæði** Φ_B um flöt á sama hátt og rafflæði áður
- Við getum skipt hvaða fleti sem vera vill í örsmæðarfleti af flatarmáli dA
- Fyrir sérhverja örsmæð ákvörðum við B_{\perp} , þann þátt \mathbf{B} sem er hornréttur á yfirborðið í staðsetningu örsmæðarinnar

Segulsviðslínur og segulflæði

- Við sjáum að

$$B_{\perp} = B \cos \phi$$

þar sem ϕ er hornið á milli stefnu \mathbf{B} og línu sem er hornrétt á flötinn

- Við skilgreinum segulflæði $d\Phi_B$ um flöt

$$d\Phi_B = B_{\perp} dA = B \cos \phi dA = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

- Heildar segulflæðið um yfirborð er summan af framlögum örsmæðarflatarmálseininganna

$$\Phi_B = \int B \cos \phi dA = \int B_{\perp} dA = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Segulsviðslínur og segulflæði

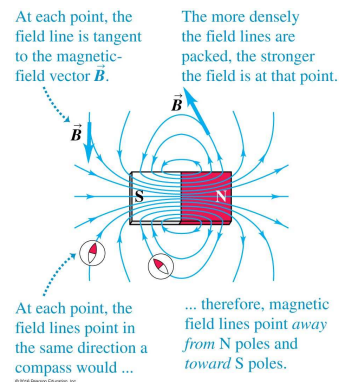
- Segulflæði er stigstærð
- Ef \mathbf{B} er einsleitt í plani yfirborðs sem hefur heildarflatarmál A , þá er

$$\Phi_B = B_{\perp} A = BA \cos \phi$$

- SI einingin fyrir segulflæði er segulsviðið [T] margfaldað með flatarmáli [m^2] og er sú eining nefnd weber [Wb], í höfðið á þýska eðlisfræðingnum William Weber (1804 – 1891)

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A}$$

Segulsviðslínur og segulflæði



- Lögmál Gauss fyrir segulmagn (e. magnetism)

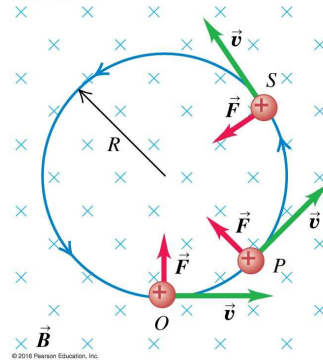
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

- Sjá má að sérhver sviðslína sem fer inn um yfirborð fer líka frá því og heildarflæðið um yfirborðið er núll
- Þetta segir okkur líka að segulsviðslínur mynda lokaða lykkju

Hlaðnar agnir í segulsviði

(a) The orbit of a charged particle in a uniform magnetic field

A charge moving at right angles to a uniform \vec{B} field moves in a circle at constant speed because \vec{F} and \vec{v} are always perpendicular to each other.



- Þegar hlaðin ögn er á ferð í segulsviði verka á hana segulkraftar
- Ögn með jákvæða hleðslu ferðast með hraðanum \mathbf{v} í einsleitu segulsviði \mathbf{B} sem stefnir inn í myndina
- Vigrarnir \mathbf{v} og \mathbf{B} eru hornréttir og segulkrafturinn $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ hefur stærðina $F = qvB$ og stefnan er sýnd á myndinni

Hlaðnar agnir í segulsviði

- Braut agnarinnar er hringur og hraðinn fasti v
- Miðsóknarhröðunin er v^2/R og aðeins segulkrafturinn verkar, svo að samkvæmt öðru lögmáli Newton

$$F = |q|vB = m\frac{v^2}{R}$$

sem við leysum fyrir R

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

- Ef ögnin er neikvætt hlaðin, þá ferðast hún réttsælis

Hlaðnar agnir í segulsviði

- Hornhraði agnarinnar er fundin með $v = R\omega$ svo að

$$\omega = \frac{v}{R} = v \frac{|q|B}{mv} = \frac{|q|B}{m}$$

- Fjöldi snúninga á tímaeiningu er

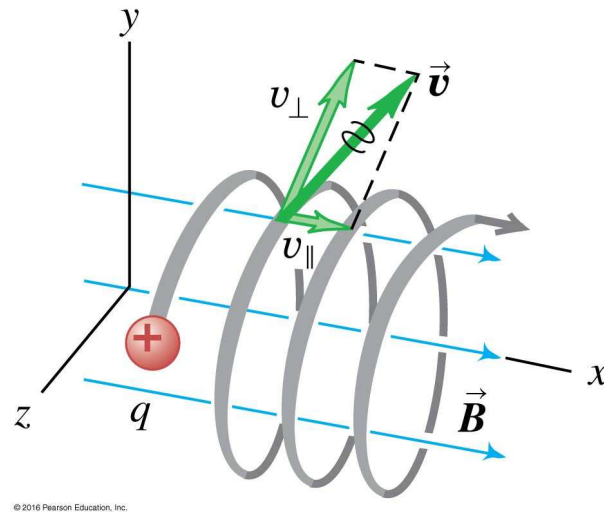
$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

og þessi tíðni er óháð radía brautarinnar R

- Þessi tíðni er nefnd **hringhraðaltíðni** (e. cyclotron frequency)

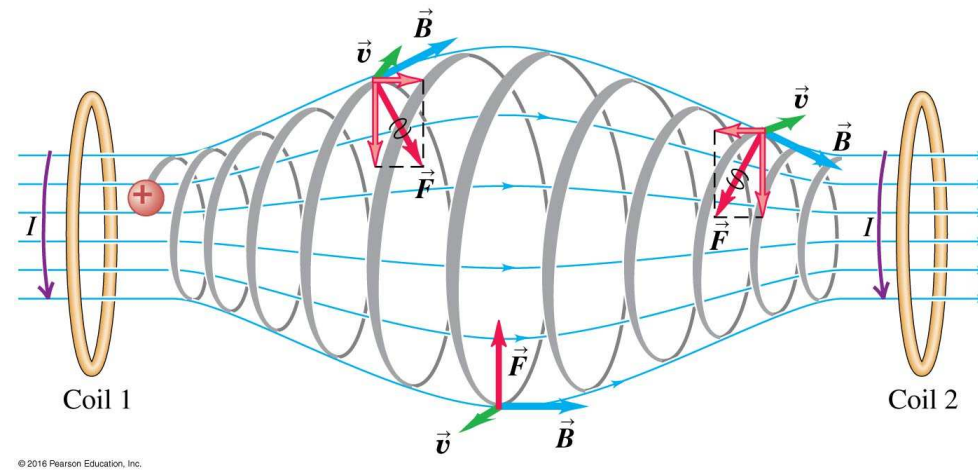
Hlaðnar agnir í segulsviði

This particle's motion has components both parallel (v_{\parallel}) and perpendicular (v_{\perp}) to the magnetic field, so it moves in a helical path.



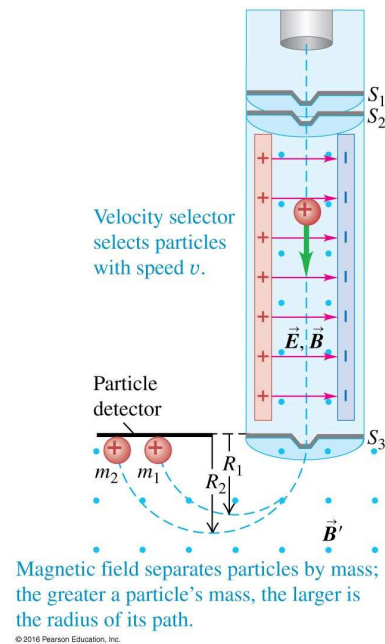
- Ef stefna upphafshraðans er hornréttur á sviðið, þá er hraðapátturinn sem er samsíða sviðinu fasti, sem þýðir að ögnin ferðast eftir gormferli (e. helix)

Hlaðnar agnir í segulsviði



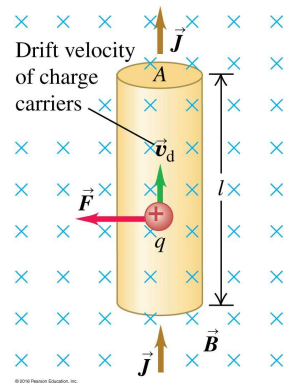
- Myndin sýnir segulsvið sem er myndað með tveimur hringlaga spólum sem eru aðskildar með nokkurri fjarlægð
- Agnir sem eru í nágrenni við hvora spólu finna fyrir segulkrafti í átt að miðjunni – og agnir sveiflast fram og til baka eftir gormlaga brautum
- Þetta er nefnt segulflaska

Hlaðnar agnir í segulsviði



- **Massagreininir** byggir á því að jónir sem koma inn í einsleitt segulsvið \vec{B}' ferðast efir hringlaga brautum af radía $R = mv/qB'$
- Jónir sem hafa mismunandi massa koma því að skynjara á mismunandi stöðum

Segulkraftur á straumberandi leiðara



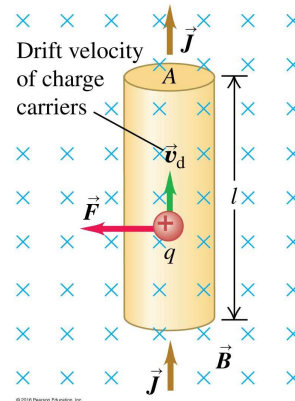
- Það má finna kraftinn sem verkar á straumberandi leiðara með því að byrja með kraftinn

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

á eina hleðslu á hreyfingu

- Myndin sýnir bút af leiðandi vír, af lengd ℓ og þverskurðarflatarmáli A
- Vírinn er í einsleitu segulsviði \mathbf{B} hornrétt á plan myndarinnar og stefnir inn í planið

Segulkraftur á straumberandi leiðara

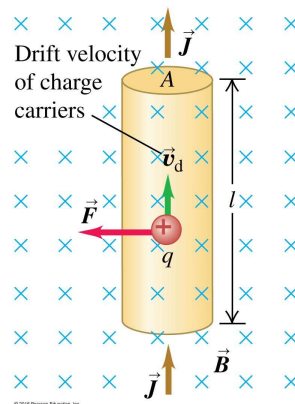


- Gerum ráð fyrir að hleðslunar séu jákvæðar
- Rekhraðinn \mathbf{v}_d er upp á við, hornréttur á \mathbf{B}
- Meðalkrafturinn á hverja hleðslu er

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

og stefnir til vinstri eins og sést á myndinni

Segulkraftur á straumberandi leiðara



- Við getum fundið jöfnu fyrir heildar kraftinn sem verkar á allar hleðslurnar sem eru á ferðinni yfir lengd leiðarans l og þverskurðarflatarmálið A
- Fjöldi hleðsla á rúmmálseiningu er hleðsluberapéttleikinn n
- Leiðarabúturinn hefur rúmmál Al og inniheldur nAl hleðslur

Segulkraftur á straumberandi leiðara

- Heildar krafturinn á þessar hleðslur er

$$F = (nA\ell)(qv_d B) = (nqv_d A)(\ell B)$$

- En við höfum áður séð að straumbéttleikinn er

$$J = nqv_d$$

og straumurinn

$$I = JA$$

- Við getum þess vegna ritað

$$F = I\ell B$$

Segulkraftur á straumberandi leiðara

- Ef segulsviðið \mathbf{B} er ekki hornrétt á vírinn en kemur undir horni ϕ eins og sést á myndinni, þá er það aðeins þáttur \mathbf{B} sem er hornréttur á vírinn sem að framkallar kraft

$$B_{\perp} = B \sin \phi$$

- Segulkrafturinn sem verkar á vírinn er þá

$$F = I\ell B_{\perp} = I\ell B \sin \phi$$

- Þessi kraftur er alltaf hornréttur á bæði leiðarann og sviðið
- Á vigurformi er þetta

$$\mathbf{F} = I\ell \times \mathbf{B}$$

Segulkraftur á straumberandi leiðara

- Ef að leiðarinn er ekki beinn má skipta honum upp í örsmæðir

$$d\mathbf{F} = I d\boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B}$$

sem má tegra til að finna heildar kraft sem verkar á leiðara á hvaða formi sem vera vill

⇒ Dæmi 7.4.

Segulkraftur – Kraftur Lorentz

- Krafturinn sem verkar á hlaðna ögn í rafsviði er

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

- Ef til eru staðar bæði rafsvið og segulsvið og hlaðin ögn ferðast með hraðanum \mathbf{v} er vigursumma kraftanna gefin með

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

sem er nefnt **Lorentz kraftur**

- Vinnan á tímaeiningu sem sviðin framkvæma á hleðslu á hreyfingu

$$P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

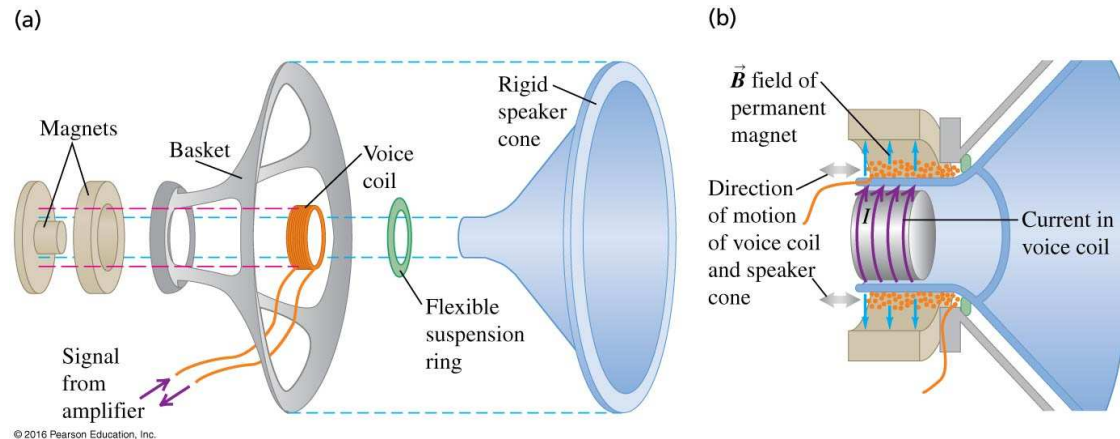
Segulkraftur – Kraftur Lorentz

- Þetta getum við ritað

$$P = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}$$

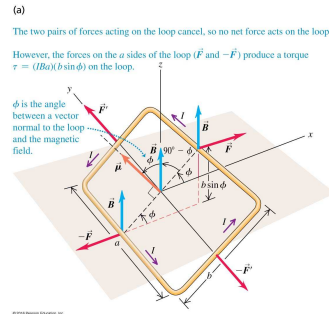
- Nú er $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ vigur sem er hornréttur bæði á \mathbf{B} og \mathbf{v} , þannig að $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = 0$
- Við sjáum því að tíma-óháð segulsvið getur ekki framkvæmt neina vinnu á hlaðinni ögn á hreyfingu – aðeins rafsviðið getur framkvæmt vinnu á slíkri ögn

Segulkraftur á straumberandi leiðara



- Dæmi um notkun á segulkröftum eru hátalarar
- Segulsviðið frá síseglum veldur krafti á hljóðspóluna sem er í réttu hlutfalli við strauminn um spóluna
- Keila hátalarns sveiflast því í takt við styrk straumsins í spólunni og myndar hljóðbylgju

Kraftar og vægi á straumlykkju

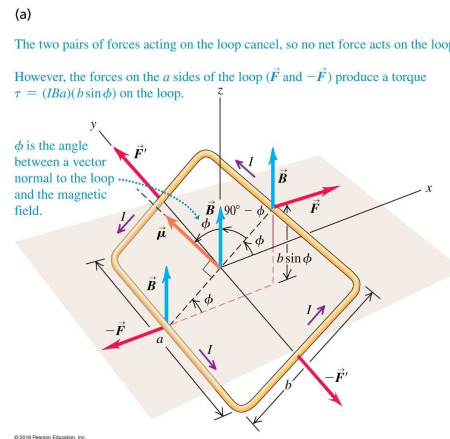


- Myndin sýnir rétthyrnda vírlykkju með hliðarlengdir a og b
- Krafturinn sem verkar á hægri hlið lykkjunnar (lengdina a) vísar til hægri – í x –stefnu
- \mathbf{B} er hornréttur á straumstefnuna og krafturinn hefur stærðina

$$F = I a B$$

- Krafturinn $-\mathbf{F}$ af sömu stærð verkar í andstæða stefnu á andstæðan hluta lykkjunnar

Kraftar og vægi á straumlykkju



- Hliðarnar sem hafa lengdina b eru undir $(90 - \phi)$ miðað við \mathbf{B} og krafturinn er

$$F' = IbB \sin(90 - \phi) = IbB \cos \phi$$

og stefna eftir y -ásnum í andstæðar stefnur

- Heildar krafturinn sem verkar á lykkjuna er þess vegna núll
- Kraftarnir \mathbf{F}' og $-\mathbf{F}'$ liggja á sömu línunni og valda ekki neinu vægi

Kraftar og vægi á straumlykkju

- Kraftarnir \mathbf{F} og $-\mathbf{F}$ liggja ekki á sömu línunni og valda vægi um y -ásinn – vægið er eftir y -ásnum
- Vægisarmurinn er

$$(b/2) \sin \phi$$

svo að stærð vægisins er

$$\tau = 2F(b/2) \sin \phi = (IBa)(b \sin \phi)$$

og það er stærst þegar $\phi = 90$

- Flatarmál lykkjunnar A er ab , svo rita má

$$\tau = IBA \sin \phi$$

Kraftar og vægi á straumlykkju

- Stærðin IA er nefnd **segultvípólsvægi** (e. magnetic dipole moment) eða **segulvægi** (e. magnetic moment) lykkjunnar og táknuð með μ eða

$$\mu = IA$$

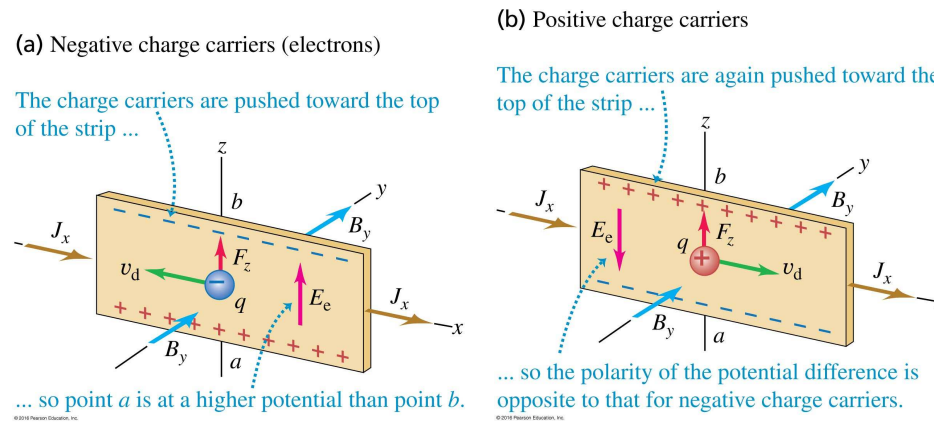
- Á vigurformi er ritað

$$\tau = \mu \times \mathbf{B}$$

- Rafstöðuorka segultvípóls er

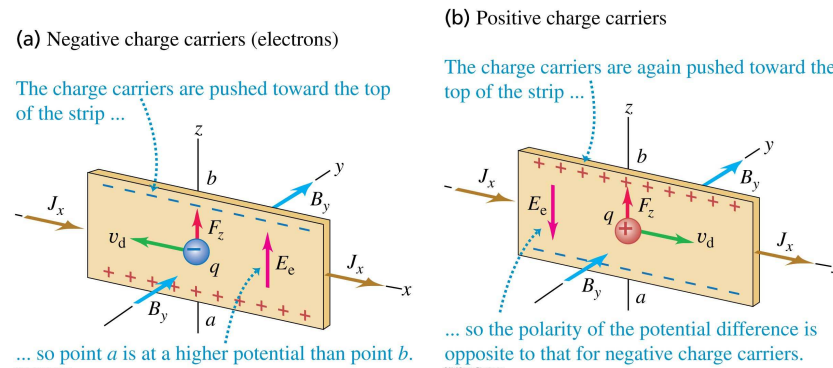
$$U = -\mu \cdot \mathbf{B} = -\mu B \cos \phi$$

Hallhrif



- Hall hrif eru dæmi um það hvernig kraftar verka á hleðslu sem ferðast í segulsviði
- Gerum ráð fyrir leiðara sem er flatur bútur
- Straumurinn rennur í x -stefnu og það er einsleitt segulsvið \mathbf{B} hornrétt á bútinum í y -stefnu

Hallhrif



- Hleðslan dregst að efri brúninni með kraftinum

$$F_z = |q|v_d B$$

- Þessi söfnun hleðsla heldur áfram þar til að þversum rafsvið E_e byggist up og kraftur myndast $|q|E_e$ sem er jafn og andstæður við segulkraftinn $|q|v_d B$
- Þetta rafsvið veldur mættismun milli brúna stangarinnar sem er nefnd **Hall spenna**, V_H

Hallhrif

- Í æstæði þagar summa kraftanna er núll

$$qE_z + qv_d B_y = 0$$

eða

$$E_z = -v_d B_y$$

- Einnig er

$$J_x = nqv_d$$

- Eyðum v_d úr þessum jöfnum þannig að

$$n = \frac{-J_x B_y}{qE_z}$$

Hallhrif

- Stærðin

$$R_H = -\frac{E_z}{J_x B_y} = -\frac{1}{en}$$

er nefnd **Hall stuðull** fyrir neikvæða hleðslubera

- Fyrir jákvæða hleðslubera er Hall stuðullinn

$$R_H = -\frac{E_z}{J_x B_y} = \frac{1}{en}$$

⇒ Dæmi 7.5.

Frekari upplýsingar

- Þessi kafli er að mestu byggður á kafla 27 hjá Young and Freedman (2015).

Heimildir

Young, H. D. and R. A. Freedman (2015). *University Physics with Modern Physics* (14 ed.). Harlow, England: Pearson Education.