Eðlisfræði þéttefnis I:

Eðlisfræði hálfleiðara

Kafli 9

Jón Tómas Guðmundsson

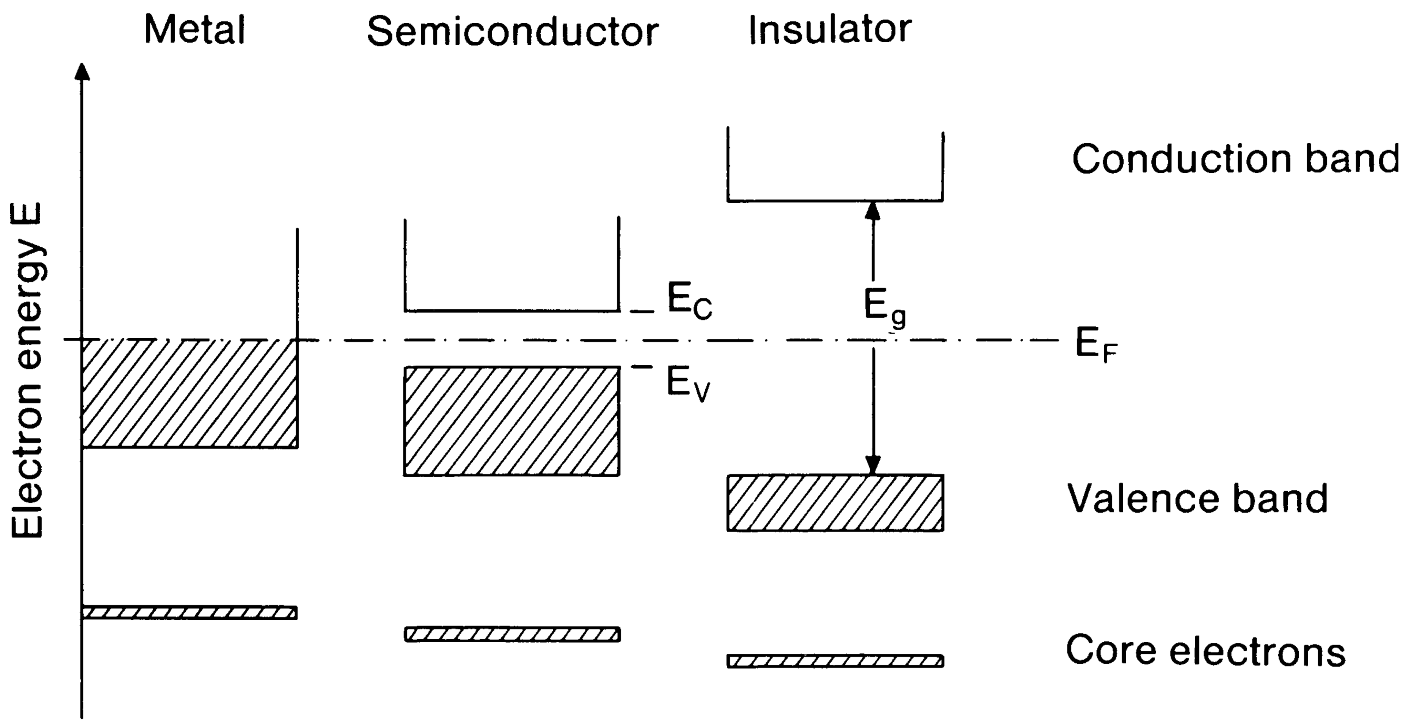
tumi@hi.is

13. vika haust 2015

Inngangur

- Við höfum séð að aðeins hlutfylltir orkuborðar geta borið rafstraum
- Fullir eða tómir orkuborðar leggja ekki til rafleiðni og þéttefni þar sem allir borðar eru fullir eða tómir er einangrari
- Ef fjarlægðin á milli efsta fyllta borða (gildisborða) og lægsta hluta lægsta tóma borða (leiðniborða) er tiltölulega lítill ($\sim$ 1 eV), þá getur hluti rafeinda sloppið úr gildisborða upp í leiðniborða – þá er talað um hálfleiðara
- Eitt einkenni hálfleiðara er að ef í þá er bætt mjög litlu magni af óhreinindum má breyta leiðni þeirra verulega sem og leiðnigerð

Inngangur



Frá Ibach and Lüth (2009)

Hálfleiðarar

- Ge, Si og C atóm sem raðast í demantgrind hafa fjóra næstu granna sem sérhver hefur fjórar rafeindir á ysta hvolfi
- Í þessum kristöllum deilir sérhvert atóm gildisrafeindum sínum með fjórum grönnum
- Það verður blöndun $s-$ og $p-$bylgjufalla og (sp^3)-tengi myndast – sem nærri við jafnvægisstöðu leiðir til uppskiptingar í bonding (gildisborða) og antibonding (leiðniborða) brauta
- Bindikrafturinn stafar af skammtafræðilegri víxlverkun milli þessara deildu gildisrafeinda og tengin því nefnd **gildistengi** (e. covalent bond)
- Samsettur hálfleiðari eins og GaAs hefur blönduð tengi, sem bæði hafa jóníska- og samgilda eiginleika

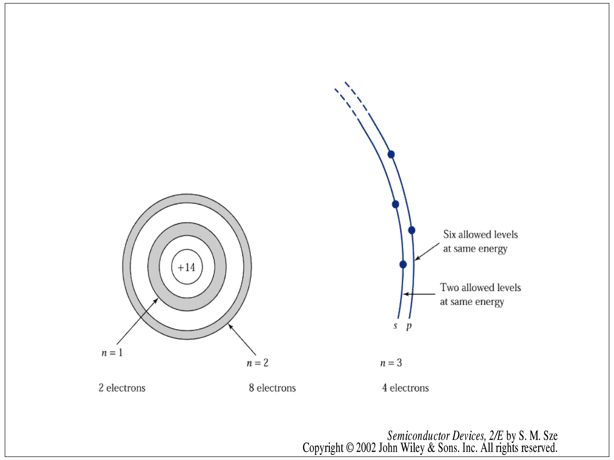
Hálfleiðarar

- Rafeindir á stöku einangruðu atómi hafa stök orkuástönd eða brautir
- Orkustig rafeinda á vetnisatómi eru gefin með líkani Bohr

$$E_{\mathrm{H}} = -\frac{m_{\mathrm{e}} q^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{13.6}{n^2}$$

  - m_{e} er massi frjálsrar rafeindar
  - q er hleðsla rafeindar
  - ϵ_0 er rafsvörunarstuðull lofttæmis
  - h er fasti Planck
  - n er heil jákvæð tala, **meginskammtatala**
- Hin stöku orkuástönd eru -13.6 eV fyrir grunnorkustigið ($n = 1$), -3.4 eV fyrir fyrsta örvaða ástand ($n = 2$) o. s. frv.

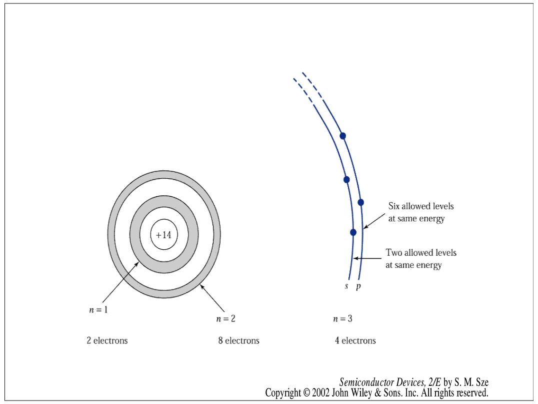
Hvel - borðar



Frá Sze (2002)

- Samgild tengi eiga sér stað milli atóma sama frumefnis eða ólíkra frumefna sem hafa svipaða rafeindaskipun ytri hvela
- Myndin sýnir einangrað kísilatóm sem hefur 14 rafeindir. Af þessum 14 eru 10 á innri hvelum
- Hinar 4 eru tiltölulega veikar bundnar og geta tekið þátt í efnahvörfum

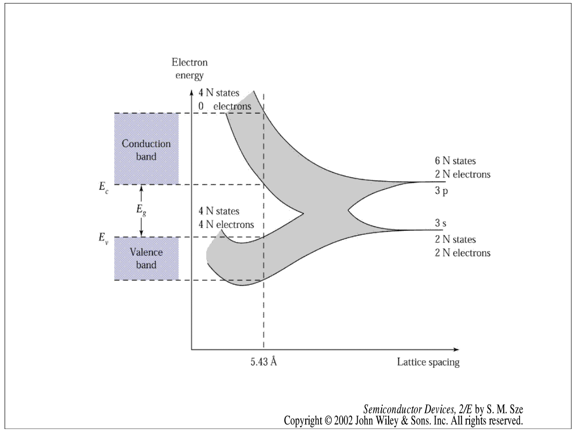
Hvel - borðar



Frá Sze (2002)

- Það þarf því aðeins að huga að ysta hveli $(n = 3)$ fyrir gildisrafeindir þar eð tvö innri hvelin eru algerlega full
- 3s hvelið (þ.e. $n = 3$ og $\ell = 0$) hefur tvö leyfð ástönd og í því sitja tvær gildisrafeindir við $T = 0$ K
- 3p hvelið (þ.e. $n = 3$ og $\ell = 1$) hefur sex leyfð ástönd og í því sitja tvær gildisrafeindir við $T = 0$ K

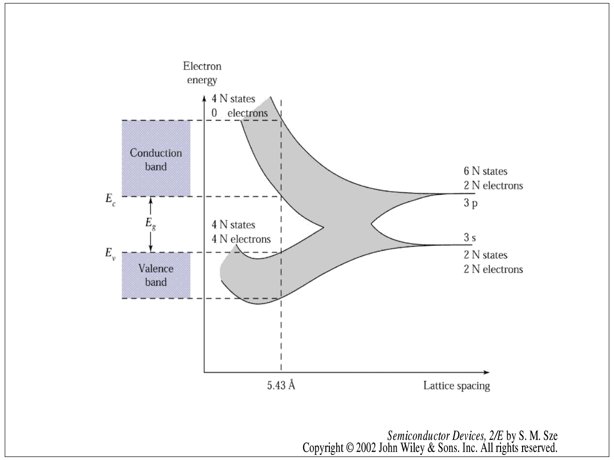
Hvel - borðar



Frá Sze (2002)

- Myndun kísilkristalls úr N einagruðum kísilatómum
- Þegar fjarlægðin á milli atóma minnkar, þá renna 3s og 3p hluthvel hinna N kísilatóma saman og skarast, mynda borða
- Við tiltekna jafnvægisfjarlægð klofna borðarnir aftur upp, fjögur skammtaástönd á atómi í lægri borðanum og fjögur í þeim efri

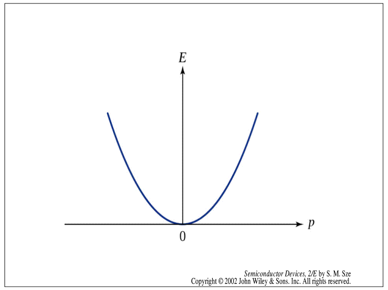
Hvel - borðar



Frá Sze (2002)

- Við alkul sitja allar rafeindirnar í lægstu leyfðu ástöndunum (gildisborða)
- Efri ástöndin eru ósetin og tóm (leiðniborði)
- E_{g} er orkan sem þarf til að losa rafeind upp í leiðniborða og skilja eftir holu í gildisborða

Orkugeil-borðar



- Orka frjálsrar rafeindar er gefin með

$$E = \frac{p^2}{2m_\mathrm{e}}$$

þar sem p er skriðþungi og m_e er massi frjálsrar rafeindar

- Vegna lotubundna mættis kjarnans þarf að skipta á massa frjálsrar rafeindar með virkum massa

$$E = \frac{p^2}{2m_\mathrm{e}^*}$$

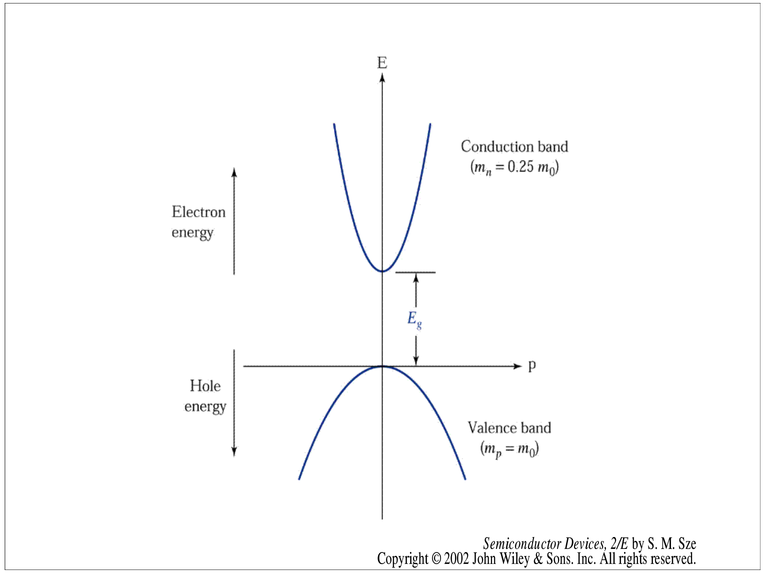
Orkugeil-borðar

- Virki massi rafeindarinnar er háður eiginleikum hálfleiðarans

$$m_{\mathrm{e}}^{*} = \left(\frac{d^2 E}{dp^2} \right)^{-1}$$

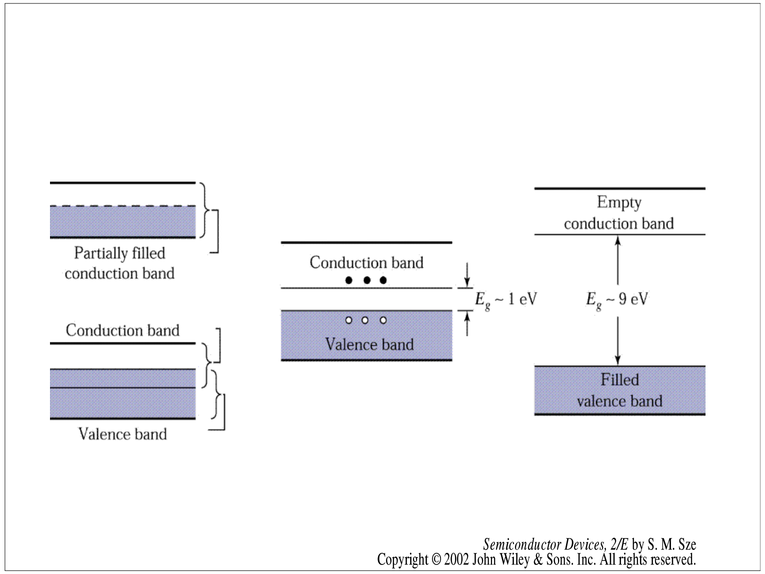
- Sama má rita fyrir holur
- Mjórri fleygbogi svarar þess vegna til stærri annarrar afleiðu og minni virks massa
- Aðskilnaður borða við $p = 0$ er orkugeilin E_{g}

Orkugeil-borðar



- Myndin sýnir samband orku og skriðþunga í hálfleiðara með virkan massa rafeinda $m_e^* = 0.25 m_e$ í leiðniborða og virkan massa hola $m_h^* = m_e$ í gildisborða
- Raunverulegt samband orku og skriðþunga í kísli og GaAs er mun flóknara

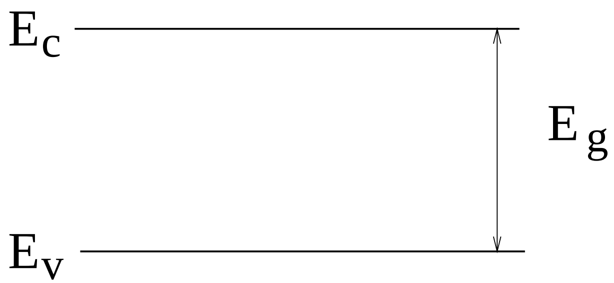
Orkugeil



Frá Sze (2002)

- (a) Leiðari (leiðniborði fylltur að hluta eða borðar skarast)
- (b) Hálfleiðari
- (c) Einangrari

Orkugeil



- Þegar atóm koma saman í þéttefni mynda brautir rafeindanna orkuborða
- Á milli borðanna eru svæði, tiltekin orkugildi, sem rafeindir þéttefnisins geta ekki setið, nefnd **orkugeil**
- Efri borðinn er nefndur **leiðniborði** og sá neðri **gildisborði**
- Orkuaðskilnaður lægsta hluta leiðniborða, E_c og efsta hluta gildisborða, E_v er orkugeilin, E_g
- Orkugeilin er einn mikilvægasti eiginleiki hálfleiðara

Orkugeil

- Við stofuhita og eðlilegan andrúmsloftsþrýsting er orkugeil kísils 1.12 eV og GaAs 1.42 eV
- Orkugeilin breytist með hitastigi samkvæmt

$$E_{\mathrm{g}} = 1.17 - \frac{(4.73 \times 10^{-4})T^2}{(T + 636)}$$

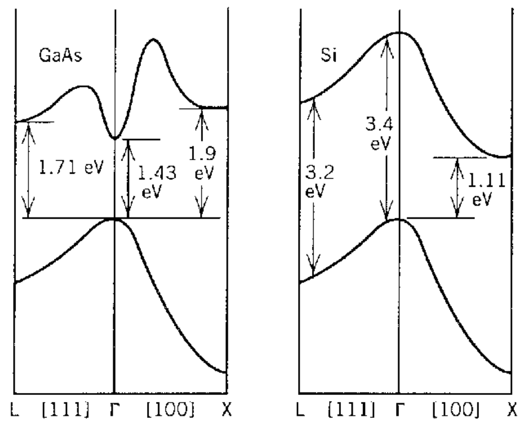
  fyrir kísil og

$$E_{\mathrm{g}} = 1.52 - \frac{(5.4 \times 10^{-4})T^2}{(T + 204)}$$

  fyrir GaAs

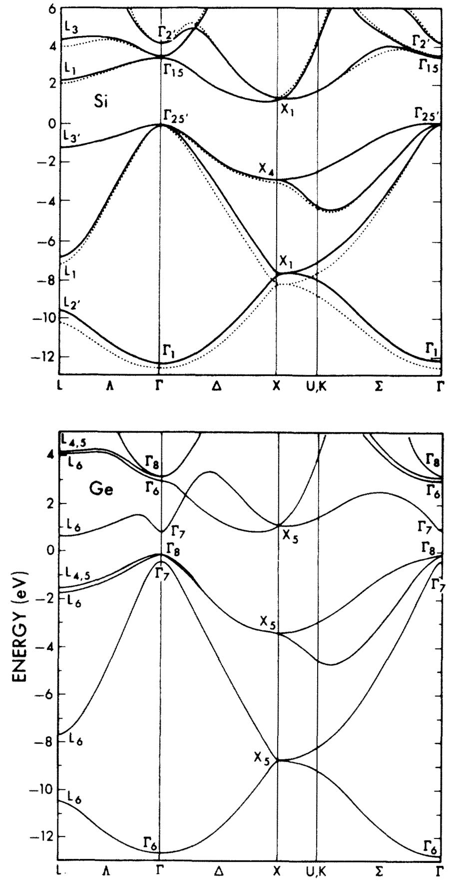
- Fyrir báða þessa hálfleiðara er $\mathrm{d}E_{\mathrm{g}}/\mathrm{d}T$ neikvætt og orkugeilin minnkar með auknu hitastigi

Orkuborðar



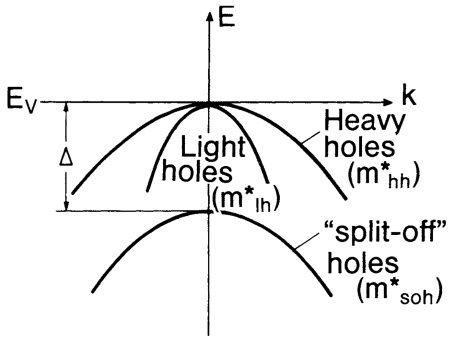
- Myndin sýnir orkuborða kísils og GaAs þar sem orka er teiknuð sem fall af skriðþunga hleðslubera í tvær kristallastefnur
- Orkan er teiknuð í hásamhverfu [111] og [100] stefnur kristallsins, $k = 0$ er táknað með Γ
- Orkugeilin E_{g} er á milli neðsta hluta leiðniborða og hæsta hluta gildisborða

Orkuborðar



Frá Chelikowsky and Cohen (1976)

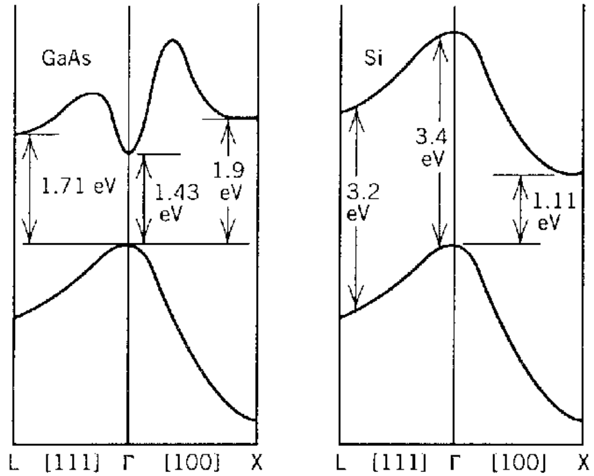
Orkuborðar



Frá Ibach and Lüth (2009)

- Við sjáum að efsti hluti gildisborðans er flóknari – það er annar gildisborði við Γ sem er $\Delta = 0.29$ eV neðan við hinn fyrri fyrir Ge og $\Delta = 0.044$ eV fyrir Si
- Þetta stafar af víxlverkun spuna og brautar
- Það er þess vegna talað um þungar og léttar holur táknað með $m^*_{\rm hh}$ og $m^*_{\rm lh}$

Orkuborðar



- Fyrir kísil sést að hágildi gildisborða er við $k = 0$ en lággildi leiðniborða er í [100] stefnuna
- Til að flytja rafeind úr gildisborða upp í leiðniborða þarf því að koma til orka $(> E_{\mathrm{g}})$ og breyting þarf að verða í skriðþunga
- Kísill hefur þess vegna **óbeina orkugeil**

Orkugeil

- Í hálfleiðara með **beina orkugeil** eins og GaAs, þá getur rafeind í leiðniborða fallið í tómt sæti í gildisborða og gefið frá sér orkumuninn sem ljóseind
- Í hálfleiðara með óbeina orkugeil getur rafeindin ekki fallið beint niður í gildisborða heldur þarf einnig að koma til breyting í skriðþunga rafeindarinnar. Orkan fer þá gjarnan sem varmi til grindar fremur en sem útgeislun ljóseindar
- Rafeindir má örva með varma eða ljósi út úr gildisborða upp í leiðniborða og er hún þá frjáls til að taka þátt í leiðniferli hálfleiðarans
- Þegar rafeind er örvuð úr gildisborða upp í leiðniborða þá verður eftir hola í gildisborða og myndað hefur verið rafeinda-holu-par

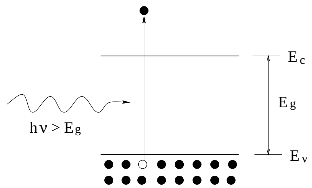
Virkur massi

- Rafeindir í kristalli eru ekki fullkomlega frjálsar, þær víxlverka við lotubundið mætti kristallsgrindarinnar
- Vegna lotubundna mættisins er innleiddur **virkur massi**

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}$$

- Krappi borðans ákvarðar því virkan massa agnar
- Rafeind í leiðniborða gallín arsen, sem lýsa má sem mjóum fleygboga, hefur virkan massa $0.07 m_\mathrm{e}$
- Rafeind í leiðniborða kísils, sem lýsa má með víðum fleygboga, hefur virkan massa $0.19 m_\mathrm{e}$. Virkur massi rafeinda í kísli ræðst af kristalstefnu, $0.19 m_\mathrm{e}$ er virkur massi hornrétt á [100] stefnuna

Eigin hálfleiðari



- Fullkominn hálfleiðarakristallur sem inniheldur engin óhreinindi eða grindarveilur er nefndur **eigin hálfleiðari** (e. intrinsic semiconductor)
- Þá eru engir frjálsir hleðsluberar til staðar við alkul, þar sem gildisborði er fullur og leiðniborði er tómur
- Við hærri hitastig myndast rafeinda-holu-pör, n rafeindir í leiðniborða og p holur í gildisborða
- Fyrir eigin hálfleiðara er $n = p = n_\mathrm{i}$

$\Longrightarrow$ Dæmi 9.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 9.2.

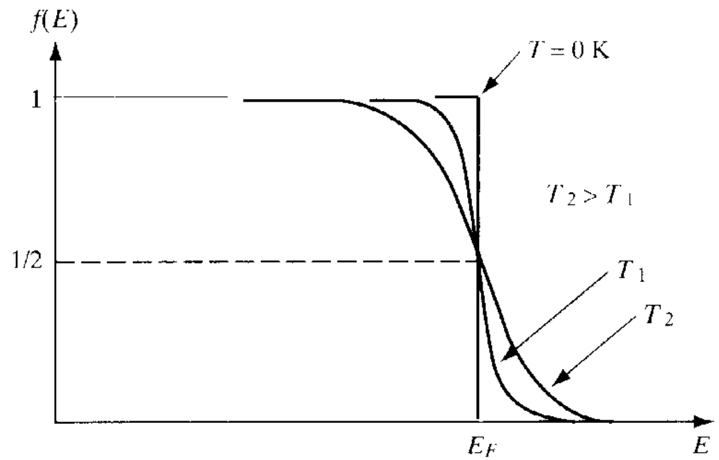
Tölfræði Fermi-Dirac

- Rafeindir í þéttefni hlíta tölfræði Fermi-Dirac

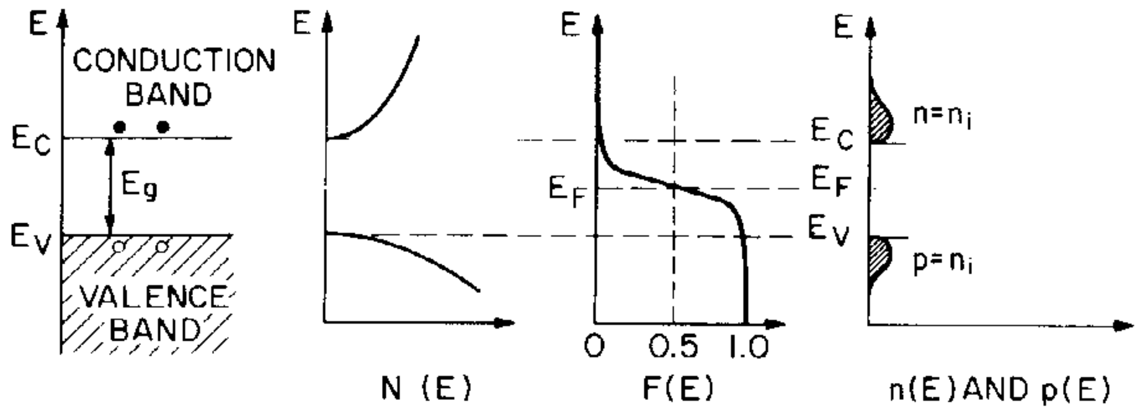
$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)}$$

sem gefur líkur á að orkuástand E sé setið rafeind við hitastigið T

- Gildið E_{F} er Fermiorkustigið og við $E = E_{\mathrm{F}}$ er $f(E) = \frac{1}{2}$



Tölfræði Fermi-Dirac



Frá Sze (2002)

- Nota má Fermifallið til að reikna þéttleika rafeinda og hola í hálfleiðara ef þéttleiki leyfðra ástanda í leiðni- og gildisborða eru þekktur

Tölfræði Fermi-Dirac

- Þéttleiki rafeinda í leiðniborða er

$$n = \int_{E_c}^{\infty} f(E)N(E)dE$$

þar sem $N(E)dE$ er ástandsþéttleiki á orkubilinu sem dE spannar

- Ástandsþéttleikinn er gefinn með

$$N(E) = 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$$

Tölfræði hleðslubera

- Fyrir orkugildi sem eru $3kT$ ofan eða neðan við Fermiorkustigið þá má nálga Fermifallið með

$$f(E) \approx \exp\left(-\frac{E - E_\mathrm{F}}{kT}\right) \quad \text{ef } \; E - E_\mathrm{F} > 3kT$$

$$f(E) \approx 1 - \exp\left(-\frac{E_\mathrm{F} - E}{kT}\right) \quad \text{ef } \; E - E_\mathrm{F} < 3kT$$

- Þá er þéttleiki rafeinda í leiðniborða

$$n \approx N_\mathrm{C} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F}}{kT}\right)$$

$$N_\mathrm{C} = 2\left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

er **virkur ástandsþéttleiki í leiðniborða**

Tölfræði hleðslubera

- Á sama hátt fæst þéttleiki hola í gildisborða

$$p \approx N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{v}}}{kT}\right)$$

þar sem

$$N_{\mathrm{V}} = 2\left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

er **virkur ástandsþéttleiki í gildisborða**

- Nú má setja

$$np = N_{\mathrm{C}} N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{g}}}{kT}\right) = n_{\mathrm{i}}^2$$

Tölfræði hleðslubera

- Jöfnurnar má umrita

$$n = n_{\mathrm{i}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{i}}}{kT}\right)$$

$$p = n_{\mathrm{i}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)$$

þar sem E_{i} er eiginorkustigið

- Við stofuhita er fyrir kísil

$$N_{\mathrm{C}} = 2.8 \times 10^{19} \ \mathrm{cm}^{-3} \quad \text{og} \quad N_{\mathrm{V}} = 1.04 \times 10^{19} \ \mathrm{cm}^{-3}$$

og fyrir GaAs

$$N_{\mathrm{C}} = 4.7 \times 10^{17} \ \mathrm{cm}^{-3} \quad \text{og} \quad N_{\mathrm{V}} = 7 \times 10^{18} \ \mathrm{cm}^{-3}$$

Tölfræði hleðslubera

- Fermiorkustigið í eiginleiðandi hálfleiðara er

$$E_{\mathrm{F}} = E_{\mathrm{i}} = \frac{E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{v}}}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_{\mathrm{v}}}{N_{\mathrm{c}}}\right)$$

- Nú er

$$np = n_{\mathrm{i}}^2$$

svo

$$n_{\mathrm{i}}^2 = N_{\mathrm{v}} N_{\mathrm{c}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{g}}}{kT}\right)$$

og

$$n_{\mathrm{i}} = \sqrt{N_{\mathrm{v}} N_{\mathrm{c}}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{g}}}{2kT}\right)$$

þar sem

$$E_{\mathrm{g}} = E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{v}}$$

Tölfræði hleðslubera

- Eiginþéttleikinn við stofuhita er þá

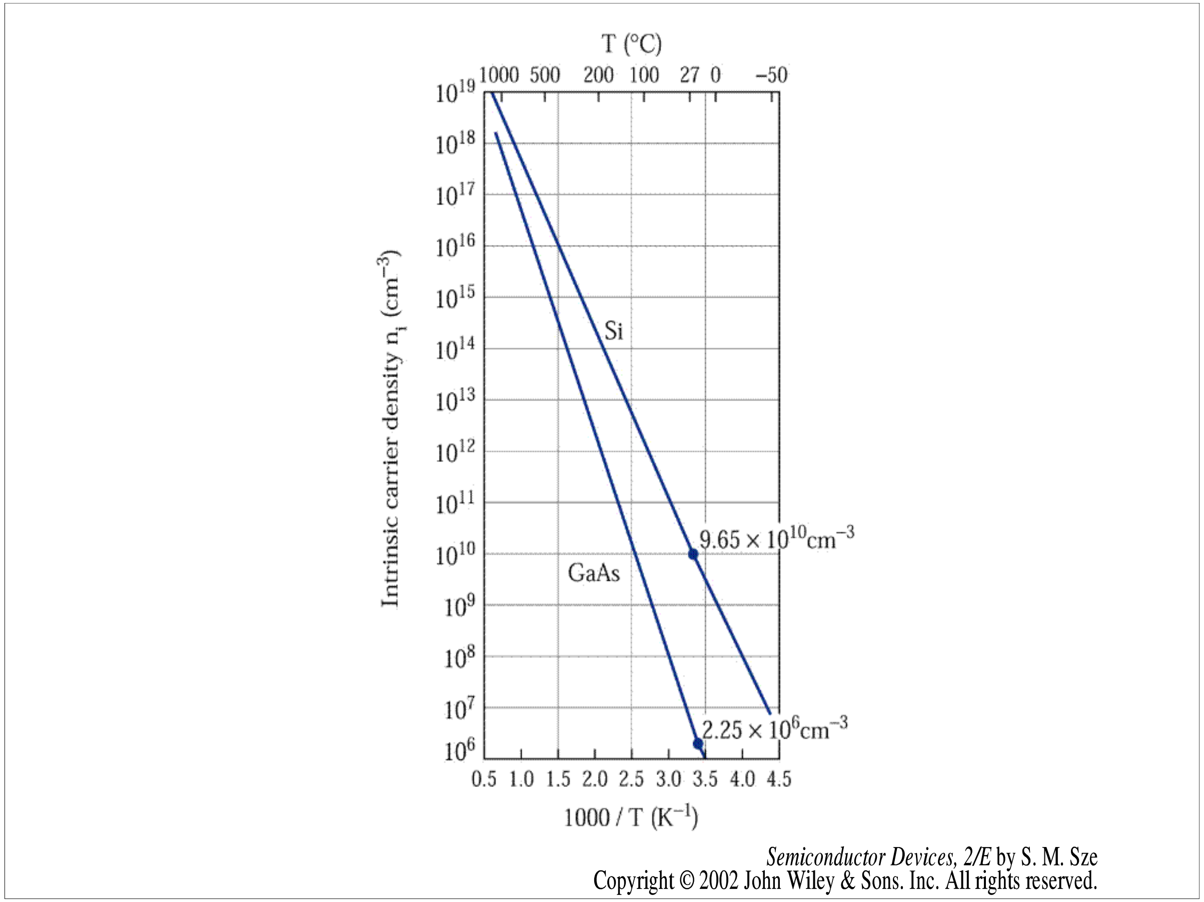
$$n_{\mathrm{i}} = 9.65 \times 10^{9} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

fyrir kísil og

$$n_{\mathrm{i}} = 2.25 \times 10^{6} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

fyrir GaAs

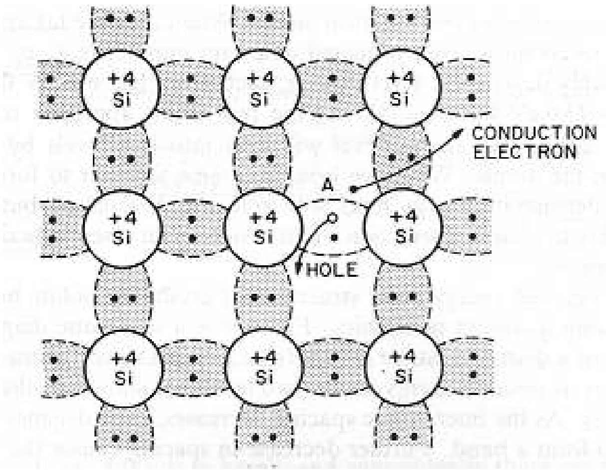
Eigin hálfleiðari



- Eiginþéttleiki í kísli og GaAs sem fall af umhverfu hitastigs

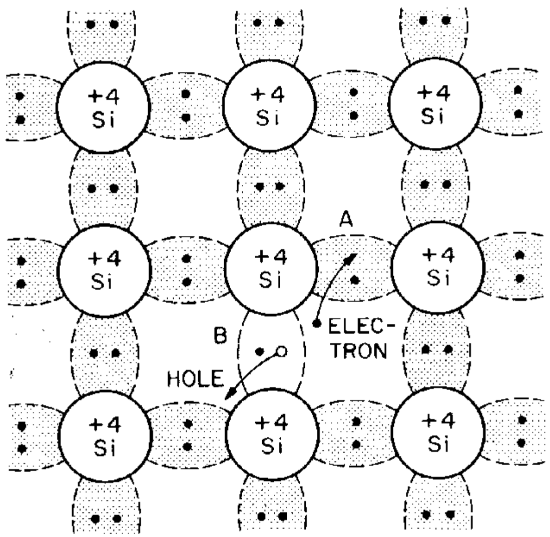
Íbættur hálfleiðari

- Þegar kristallur er íbættur eru mynduð ný orkustig sem gjarnan sitja í orkugeilinni



- Á myndinn sést kísilgrind þar sem einu kísilatómi hefur verið skipt út fyrir arsen atóm, sem hefur 5 gildisrafeindir
- Fimmta rafeindin er því gefin upp í leiðniborðann og kísillinn verður n-leiðandi og arsen er **rafgjafi**

Íbættir hálfleiðari



- Þegar bór atóm með þrjár gildisrafeindir er skipt inn fyrir kísilatóm er rafeind þegin af gildisborðanum til að mynda fjögur samgild tengi
- Þá verður til p-leiðandi hálfleiðari og bór er **rafþegi**

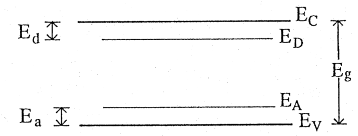
Hálfleiðarar

- Til að reikna orku veiluástands jónaðrar veilu er einfaldasta nálgunin að nota orku vetnisatómsins og skipta á m_e og virkum massa m^* og á ϵ_0 og rafsvörunarstuðli hálfleiðara ϵ_s

$$E_\mathrm{D} = \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_\mathrm{s}}\right)^2 \left(\frac{m^*}{m_\mathrm{e}}\right) E_\mathrm{H}$$

- Þetta er nálgun sem gildir fyrir grunnar veilur, gefur rétta stærðargráðu jónunarorku, en gildir ekki fyrir djúpar veilur, þ.e. ef jónunarorka veilur er $\geq 3kT$
- Fyrir grunnar veilur dugar varmaorka við stofuhita til að jóna alla rafgjafa og rafþega

Hálfleiðarar



- Við fullkomna jónun er
$$n = N_{\mathrm{D}}$$
í n-leiðandi efni sem einungis hefur rafgjafaíbætur og
$$p = N_{\mathrm{A}}$$
í p-leiðandi efni sem einungis hefur rafþegaíbætur
- Jónunarorka arsen rafgjafa er $E_{\mathrm{D}} = 54$ meV og bór rafþega $E_{\mathrm{A}} = 45$ meV í kísli
- Jónunarorka kísil rafgjafa er $E_{\mathrm{D}} = 5.8$ meV og zink rafþega er $E_{\mathrm{A}} = 31$ meV í GaAs

Íbættur hálfleiðari

- Fyrir íbættan hálfleiðara má rita

$$E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{F}} = kT \ln\left(\frac{N_{\mathrm{c}}}{N_{\mathrm{D}}}\right)$$

- Því hærri sem rafgjafþéttleikinn er því nær er Fermiorkustigið neðri brún leiðniborða

- Svipað gildir fyrir rafþegaíbót

$$E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{v}} = kT \ln\left(\frac{N_{\mathrm{v}}}{N_{\mathrm{A}}}\right)$$

Íbættur hálfleiðari

- Oft er hentugt að rita rafeinda- og holuþéttleika sem fall of eiginþéttleika $n_{\rm i}$ og eiginorkustiginu

$$n = N_{\rm C} \exp\left[-(E_{\rm c} - E_{\rm F})/kT\right]$$

$$= N_{\rm C} \exp\left[-(E_{\rm c} - E_{\rm i})/kT\right] \exp\left[-(E_{\rm F} - E_{\rm i})/kT\right]$$

eða

$$n = n_{\rm i} \exp\left[(E_{\rm F} - E_{\rm i})/kT\right]$$

og

$$p = n_{\rm i} \exp\left[(E_{\rm i} - E_{\rm F})/kT\right]$$

- Ef hvorutveggja rafgjafa og rafþegaíbætur eru í hálfleiðaranum þá ákvarðar sú íbót sem hefur hærri þéttleika leiðnigerð hálfleiðarans

Tölfræði hleðslubera

- Fermiorkustigið stillir sig af til að varðveita hleðslujafnvægi

$$n + N_{\mathrm{A}} = p + N_{\mathrm{D}}$$

Notum

$$np = n_{\mathrm{i}}^2$$

og leysum fyrir hleðsluberaþéttleika í n-leiðandi hálfleiðara

$$n_{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}\left[N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} + \sqrt{(N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}})^2 + 4n_{\mathrm{i}}^2}\right]$$

og

$$p_{\mathrm{n}} = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{n_{\mathrm{n}}}$$

- Þá eru rafeindir **ríkjandi hleðsluberar** og holur **víkjandi hleðsluberar**

Tölfræði hleðslubera

- Á sama hátt gildir fyrir p-leiðandi efni

$$p_\mathrm{p} = \frac{1}{2}\left[N_\mathrm{A} - N_\mathrm{D} + \sqrt{(N_\mathrm{A} - N_\mathrm{D})^2 + 4n_\mathrm{i}^2}\right]$$

og

$$n_\mathrm{p} = \frac{n_\mathrm{i}^2}{p_\mathrm{p}}$$

- Yfirleitt er virkur íbótarþéttleiki $|N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A}|$ mun stærri en eiginþéttleikinn n_i svo að

$$n_\mathrm{n} \approx N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A} \quad \text{ef} \quad N_\mathrm{D} > N_\mathrm{A}$$

$$p_\mathrm{p} \approx N_\mathrm{A} - N_\mathrm{D} \quad \text{ef} \quad N_\mathrm{A} > N_\mathrm{D}$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 9.3. $\Longrightarrow$ Dæmi 9.4.

Jónunarorkan

- Þeir hleðsluberar sem aðgengilegir eru í hálfleiðara við gefið hitastig eru dreifðir á orkuborða og veiluástönd
- Við jafnvægi er hleðsluberadreifingin fengin með færslum hleðslubera á milli borða og veiluástanda
- Þéttleiki frjálsra bera í orkuborða ræðst þannig af þéttleika veiluástanda
- Hegðan þéttleikans við hitastigsbreytingu gefur veiluþéttleikann og tilsvarandi jónunarorku, það er stöðu veilunnar í orkugeilinni.
- Í hreinum hálfleiðandi kristalli myndast hola í gildisborðann fyrir sérhverja rafeind sem er örvuð upp í leiðniborðann. Þess vegna er talað um rafeinda-holu par

Jónunarorkan

- Sé notuð fleygboga tengsl orku og ástandsþéttleika í gildis- og leiðniborða þá má reikna rafeinda og holuþéttleika n og p með

$$n = 2\int_{E_\mathrm{C}}^{\infty} \frac{N_\mathrm{C}(E)dE}{1 + \exp[-(E - E_\mathrm{F})/kT]} \tag{1}$$

$$p = 2\int_{-\infty}^{E_\mathrm{V}} \frac{N_\mathrm{V}(E)dE}{1 + \exp[-(E_\mathrm{F} - E)/kT]} \tag{2}$$

þar sem $N_\mathrm{C}(E)$ er ástandsþéttleiki á leiðniborðanum og N_V er ástandsþéttleiki á gildisborðanum

$$N_\mathrm{C} = 2\left(\frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \quad \text{og} \quad N_\mathrm{V} = 2\left(\frac{m_h^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

Jónunarorkan

- Stuðullin tveir endurspeglar þá staðreynd að hvert orkustig hefur tvær spunastefnur
- Athugum tilfellið þar sem hálfleiðari hefur eitt rafgjafaorkustig í E_{D} og eitt rafþegaorkustig í E_{A}
- Fyrir rafgjafa og rafþega sem hafa þéttleika N_{D} og N_{A} er þéttleiki rafeinda og hola í veiluástöndum

$$n_{\mathrm{D}} = \frac{g_{\mathrm{D}} N_{\mathrm{D}}}{g_{\mathrm{D}} + \exp[(E_{\mathrm{C}} - E_{\mathrm{D}} - E_{\mathrm{F}})/kT]} \tag{3}$$

$$p_{\mathrm{A}} = \frac{g_{\mathrm{A}} N_{\mathrm{A}}}{g_{\mathrm{A}} + \exp[(E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{V}} - E_{\mathrm{A}})/kT]} \tag{4}$$

þar sem g_{D} og g_{A} eru margfeldnistuðlar rafgjafa og rafþega ástandanna.

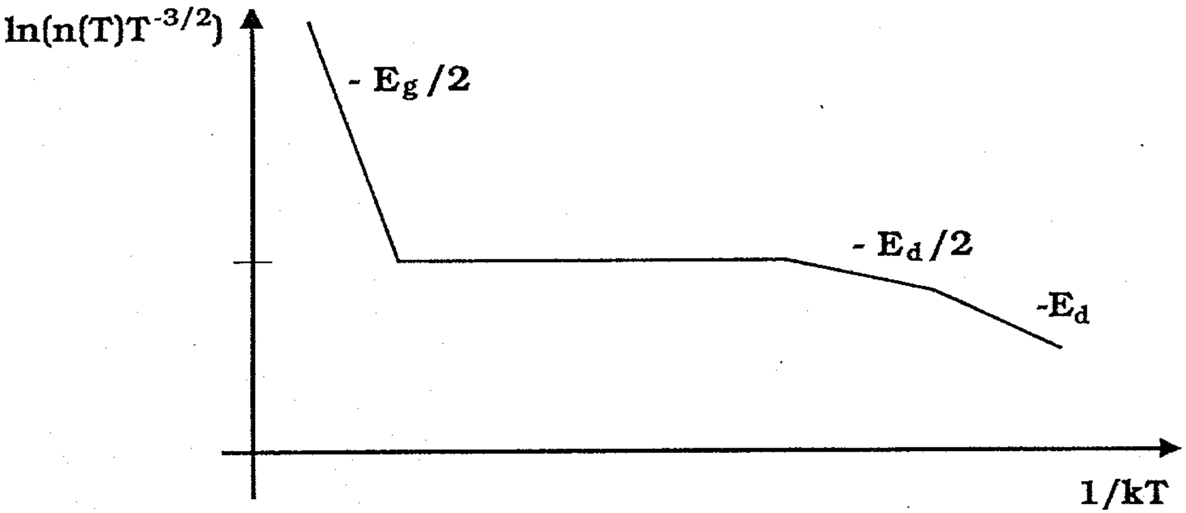
Jónunarorkan

- Fimmta jafnan lýsir rafhlutleysi hálfleiðarans

$$n + n_{\mathrm{D}} - p - p_{\mathrm{A}} = N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} \tag{5}$$

- Til að finna n, p, n_{D} og p_{A} er nauðsynlegt að leysa kerfi fimm jafna (1) - (5) með fimm óþekktum. Fimmta breytan er efnismættinu E_{F}.
- Þessar jöfnur verður að leysa saman tölulega
- Á ákveðnum hitastigsbilum má gera nálganir sem gera það mögulegt að fá fram einfaldar lausnir

Jónunarorkan



- Skoðum nú þessar nálganir fyrir n-leiðandi hálfleiðara $(N_\mathrm{D} > N_\mathrm{A})$, sem hefur að geyma einfalda rafgjafa og rafþega í tilfellinu $g_\mathrm{D} = 2$ og $g_\mathrm{A} = 2$.

Jónunarorkan

- Mikilvægt tilfelli er þegar hitastigið er það lágt að $N_\mathrm{D} \gg N_\mathrm{A} > n$ þá er

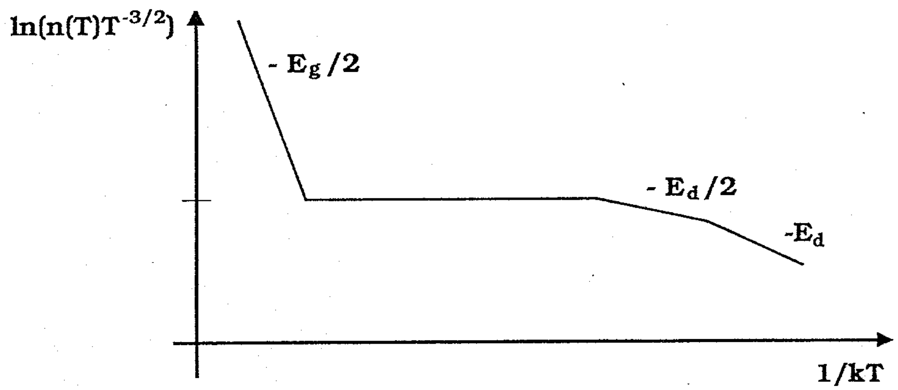
$$n = \frac{N_\mathrm{C}(N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A})}{2N_\mathrm{A}} \exp[-E_\mathrm{D}/kT]$$

- Lausn umhverfis stofuhitastig. Þegar $kT \approx E_\mathrm{D}$, það er $\exp(-E_\mathrm{D}/kT) \approx 1$ þá er $n_\mathrm{D} \ll N_\mathrm{D}$ og allir rafgjafar og rafþegar eru jónaðir. Þá er

$$n - p = N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A}$$

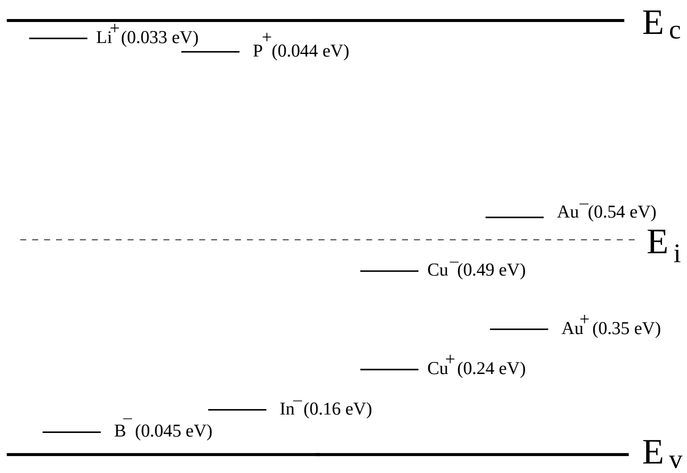
- Flest hálfleiðandi tól eru hönnuð til að vinna við stofuhita, og venjulega eru rafgjafa- og rafþegaíbætur nær að fullu jónaðar í slíkum tólum við það hitastig

Jónunarorkan



- Framangreindar jöfnur gefa $n(T)$ á hinum ýmsu hitastigsbilum, og segja að graf af $\ln(nT^{-3/2})$ á móti T^{-1} sé nálgað með beinni línu með hallatölu E_d, $E_d/2, 0$ og $E_g/2$ með auknu hitastigi.

Íbótarveilur í kísli

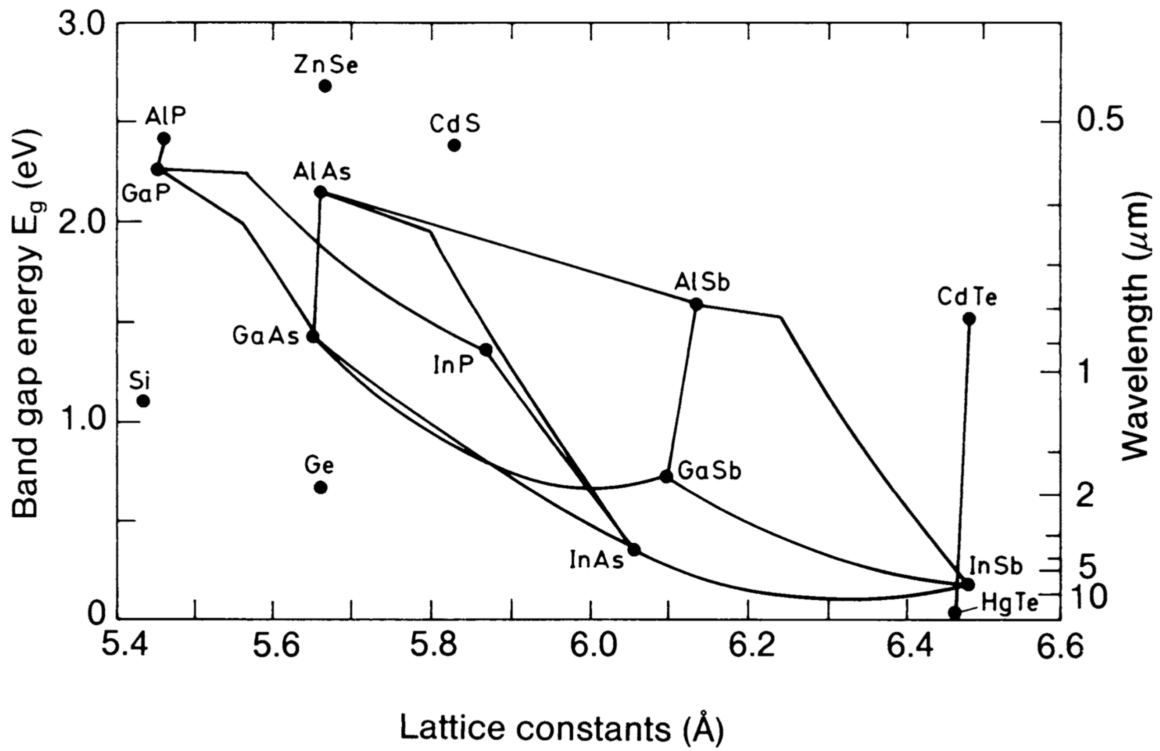


- Íbótarveilan er ýmist rafgjafi (jákvæð) eða rafþegi (neikvæð) þegar hún er jónuð
- Sumar veilur geta myndað mörg orkustig í orkugeilinni eins og t.d. gull
- Au myndar rafgjafaástand (Au^+) 0.34 eV ofan við gildisborða og rafþegaástand (Au^-) 0.54 eV neðan við leiðniborða

Íbótarveilur í kísli

IIB	IIIA	IVA	VA	VIA
	5 10.811 **B** Boron	6 12.01115 **C** Carbon	7 14.0067 **N** Nitrogen	8 15.9994 **O** Oxygen
	13 26.9815 **Al** Aluminum	14 28.0864 **Si** Silicon	15 30.9738 **P** Phosphorus	16 32.064 **S** Sulfur
30 65.37 **Zn** Zinc	31 69.72 **Ga** Gallium	32 72.59 **Ge** Germanium	33 74.922 **As** Arsenic	34 78.96 **Se** Selenium
48 112.40 **Cd** Cadmium	49 114.82 **In** Indium	50 118.69 **Sn** Tin	51 121.75 **Sb** Antimony	52 127.60 **Te** Tellurium
80 200.59 **Hg** Mercury	81 204.37 **Tl** Thallium	82 207.19 **Pb** Lead	83 208.980 **Bi** Bismuth	84 (210) **Po** Polonium

Íbótarveilur í kísli



Frá Ibach and Lüth (2009)

Leiðni og hreyfanleiki

- Lögmál Ohms segir að straumþéttleiki sé í réttu hlutfalli við rafsvið

$$J = \sigma \mathcal{E}$$

þar sem

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_{\rm n}^*} \quad [\Omega\text{cm}]^{-1}$$

er leiðni vegna rafeinda

- Þetta má einnig rita

$$\sigma = qn\mu_{\rm n}$$

þar sem

$$\mu_{\rm n} = \frac{q\tau}{m_{\rm n}^*}$$

er **hreyfanleiki** rafeinda, sem lýsir reki rafeinda í þéttefni

Leiðni og hreyfanleiki

- Hreyfanleika má líta á sem meðalrekhraða á rafsviðseiningu

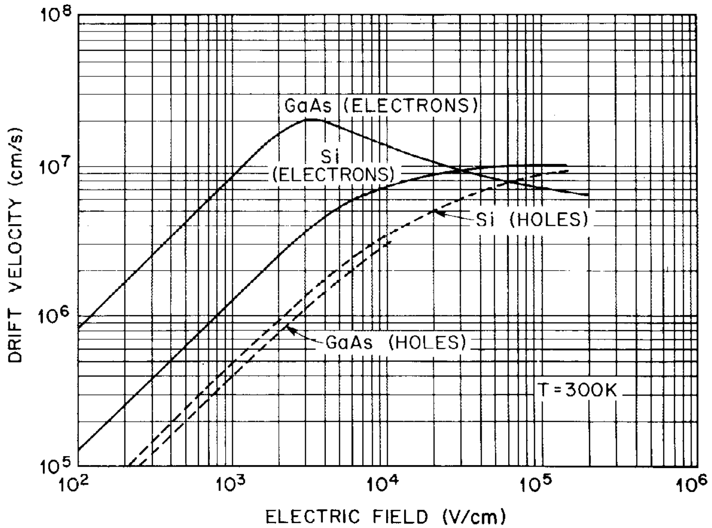
$$\mu_{\mathrm{n}} = -\frac{\langle v \rangle}{\mathcal{E}}$$

- Ef bæði holur og rafeindir bera straum má rita

$$J = q(n\mu_{\mathrm{n}} + p\mu_{\mathrm{p}})\mathcal{E} = \sigma\mathcal{E}$$

- Hreyfanleiki ákvarðast af virkum massa m^* og meðal frjálsum tíma τ
- Við væntum að m^* sé lítill í kröppum leiðniborða GaAs og hreyfanleiki því hár
- Meðal frjáls tími τ ákvarðast af hitastigi og íbótarþéttleika hálfleiðarans

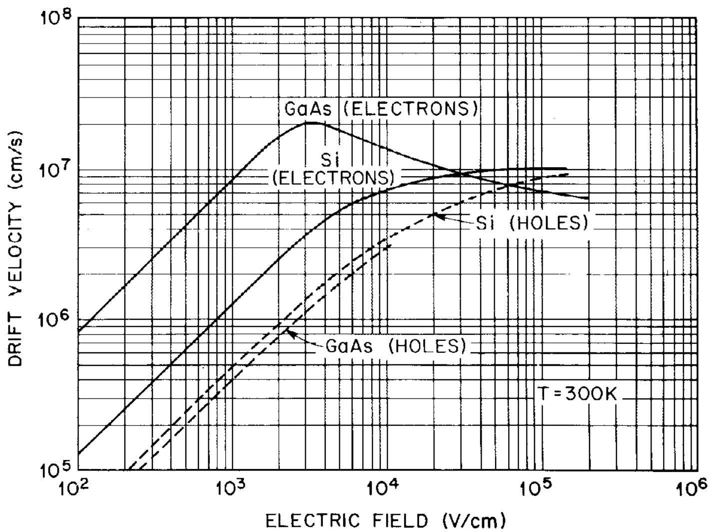
Leiðni og hreyfanleiki



Frá Sze (2002)

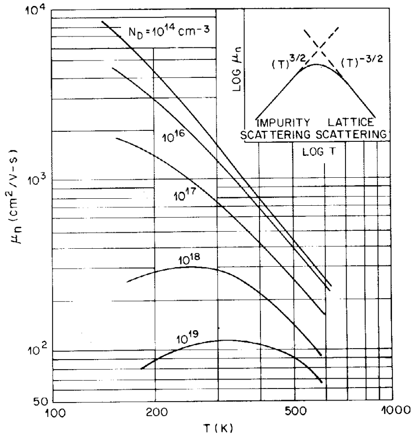
- Rekhraði sem fall af rafsviðsstyrk í GaAs og kísli
- Við lágan rafsviðsstyrk er rekhraðinn línulega háður álögðu sviði
- Það gildir á meðan tími milli árekstra τ er óháður álögðu sviði

Leiðni og hreyfanleiki



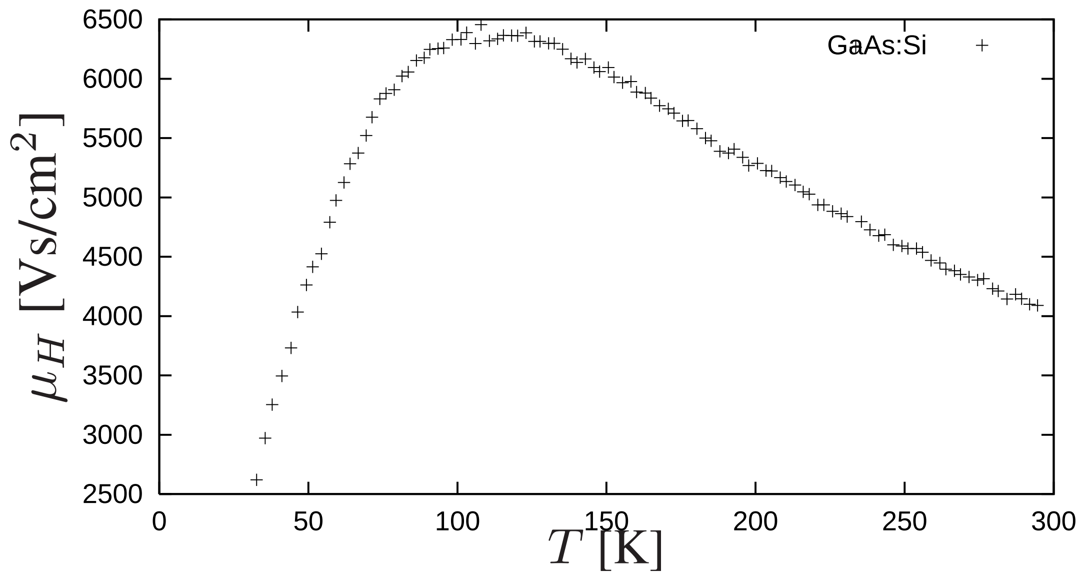
- Þegar rafsviðsstyrkurinn er aukinn (10^3 V/cm) verður leiðnin σ háð rafsviðinu
- Þá er rekhraðinn af svipaðri stærð og varmahreyfing hleðsluberanna $v_{\rm th} \approx 10^7$ m/s og umfram orkan fer fremur til grindar en í að auka hraða hleðsluberanna–mettun

Leiðni og hreyfanleiki



- Tvö megin ferlin sem áhrif hafa á hreyfanleika hleðslubera eru
  - dreifing vegna grindartitrings
  - dreifing vegna veilna
- Vægi dreifingar vegna grindartitrings eykst með auknu hitastigi og þess vegna fellur hreyfanleikinn með aukunu hitastigi
- Við lág hitastig er dreifing frá veilum kristallinum ráðandi

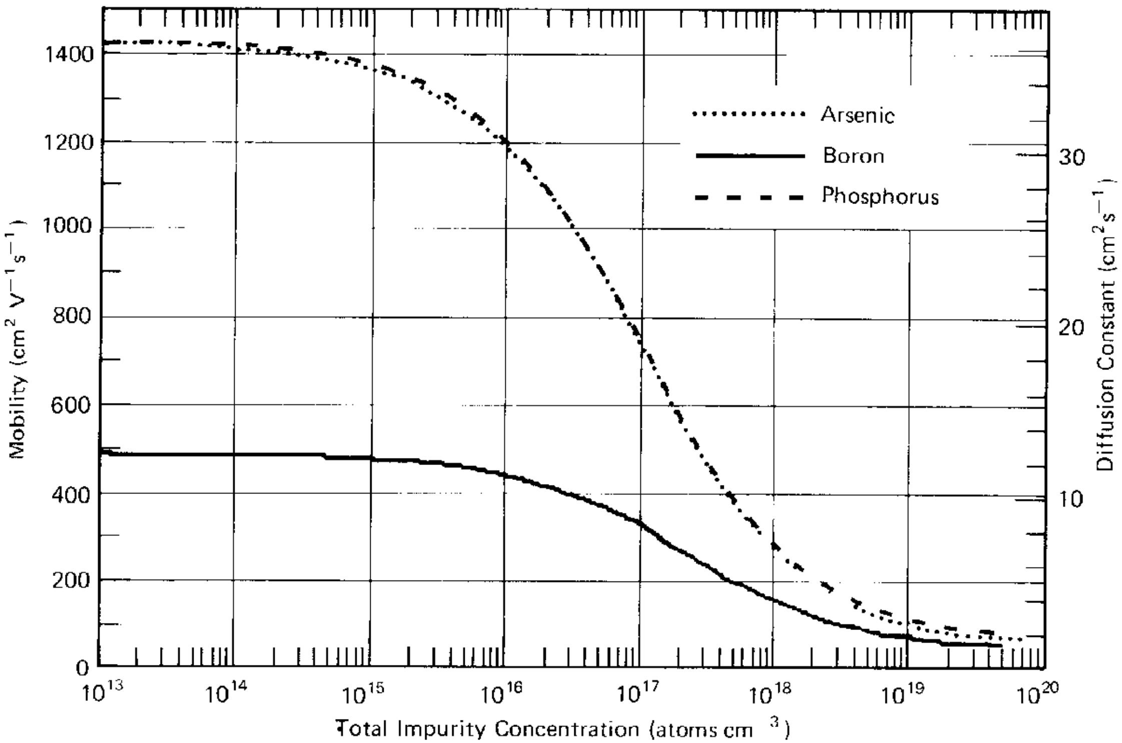
Leiðni og hreyfanleiki



- Hreyfanleiki í kísilíbættu GaAs mældur með Hall- og leiðnimælingu

$\Longrightarrow$ Dæmi 9.5.

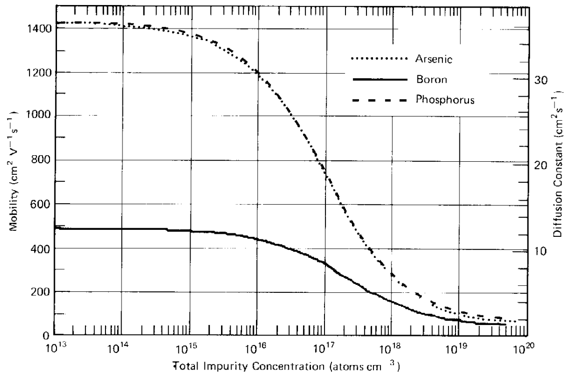
Leiðni og hreyfanleiki



Frá Muller and Kamins (1986)

- Hreyfanleiki rafeinda og hola í kísli við stofuhita

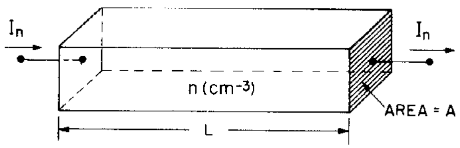
Leiðni og hreyfanleiki



Frá Muller and Kamins (1986)

- Í lítið íbættu efni er hreyfanleiki vegna jónaðra veilna hærri en hreyfanleiki vegna grindartitrings, þess vegna er hreyfanleiki, bæði rafeinda og hola, nær óháður íbótarþéttleika neðan við 10^{15} cm^{-3}
- Við hærri íbótarþéttleika er dreifing vegna jónaðrar íbótar af svipaðri stærðargráðu og grindartitringur og hreyfanleiki minnkar með aukinni íbót

Leiðni og hreyfanleiki



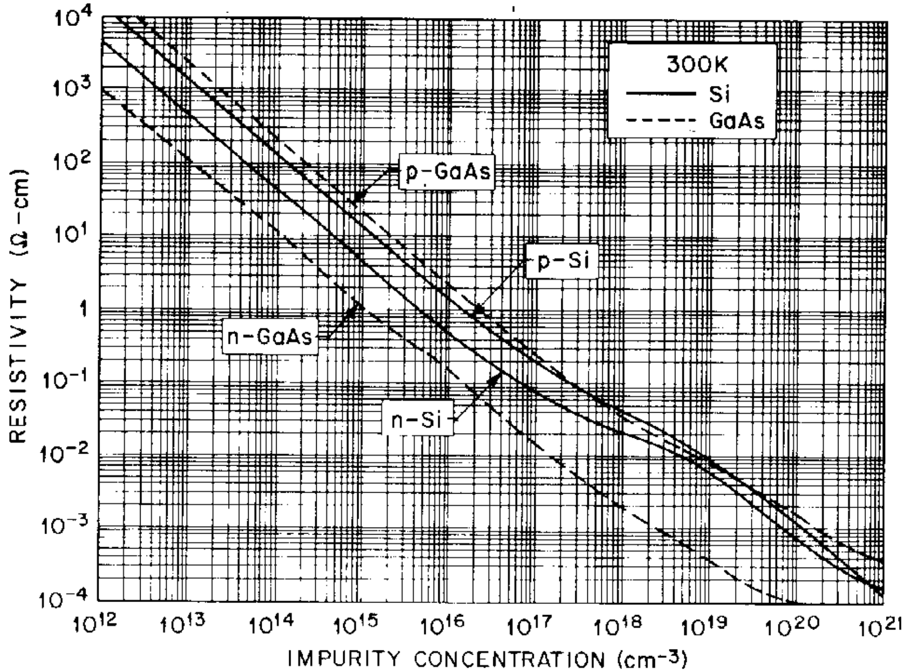
- **Viðnám** er eðliseiginleiki rásaeiningar eða tóls og er táknað með R þar sem

$$R = \frac{\rho L}{W d} = \frac{L}{W d}\frac{1}{\sigma}$$

og $A = Wd$ er þverskurðarflatarmál, ρ er eðlisviðnám og L er lengd.

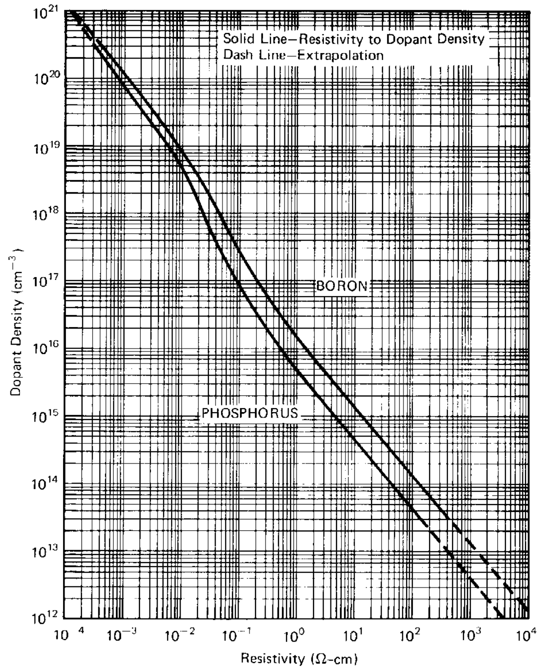
Efni	Eðlisviðnám [Ω cm]
Kísill	2.3×10^{5}
Kolefni	4×10^{-3}
Ál	2.7×10^{-6}
Kopar	1.7×10^{-6}
Polystyrene	1×10^{18}

Leiðni og hreyfanleiki



- Viðnám sem fall af íbótarþéttleika í kísli og GaAs við 300 K
- Við þetta hitastig eru allar grunnar rafgjafa- og rafþegaíbætur fulljónaðar

Leiðni og hreyfanleiki



- Íbótarþéttleiki sem fall af eðlisleiðni við 296 K fyrir kísil íbættum með bór og fosfór

$$\sigma = q(n\mu_{\rm n} + p\mu_{\rm p})$$

Frekari upplýsingar

Þessi kafli er að mestu byggður á köflum 2.4 – 2.7 og 3 hjá Sze (2002). Sambærileg umfjöllun er í kafla 12 hjá Ibach and Lüth (2009) og kafla 3 hjá Streetman and Banerjee (2000). Gröf sem sýna samband íbótarþéttleika, leiðni og hreyfanleika eru að mestu tekin frá Muller and Kamins (1986) og Sze (2002). Ítarleg umfjöllun um tölfræði í hálfleiðurum má finna hjá Bourgoin and Lannoo (1983).

Heimildir

Bourgoin, J. and M. Lannoo (1983). *Point Defects in Semiconductors II: Experimental Aspects*, Volume 35 of *Springer Series in Solid-State Sciences*. Springer-Verlag.

Chelikowsky, J. R. and M. L. Cohen (1976). Nonlocal pseudopotential calculations for the electronic structure of eleven diamond and zinc-blende semiconductors. *Physical Review B 14*(2), 556–582.

Ibach, H. and H. Lüth (2009). *Solid-State Physics: An Introduction to Principles of Materials Science* (4 ed.). Berlin Heidelberg: Springer Verlag.

Muller, R. S. and T. I. Kamins (1986). *Device Electronics for Integrated Circuits* (2 ed.). New York: John Wiley & Sons.

Streetman, B. G. and S. Banerjee (2000). *Solid State Electronic Devices* (5 ed.). Prentice Hall.

Sze, S. M. (2002). *Semiconductor Devices: Physics and Technology* (2 ed.). John Wiley & Sons.