Greining rása:

Grunnhugtök

Kafli 1

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

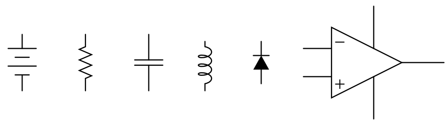
8. janúar 2002

Grunnhugtök

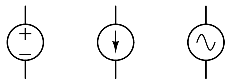
- **Hleðsla** er rafeiginleiki efnis.
- Efnið samanstendur af **frumeindum**.
- Frumeindir eru jákvætt hlaðnar róteindir og óhlaðnar nifteindir sem eru umvafðar skýi af neikvætt hlöðnum rafeindum.
- Hleðsla einnar rafeindar er -1.6×10^{-19} Coulomb.
- Við notum táknið $q(t)$ til að tákna hleðslu sem tiltekið efnismagn hefur á hverjum tíma.
- **Leiðari** er efni, venjulega málmur, þar sem rafeindir geta flust til nálægra frumeinda tiltölulega auðveldlega.
- **Rásir** eru orku eða merkis/upplýsinga gjörvar sem samanstanda af tengingum á einingum eða tölum.

Grunnhugtök- Rásaeiningar

- Meðhöndlun orku eða upplýsinga fer fram um tímaháð merki sem kölluð eru **spenna** og **straumur**
- Samspil **rásaeininga** breytir merkinu í nýjar spennur og strauma
- Dæmi um rásaeiningar eru, **rafhlaða**, **viðnám**, **þéttir**, **spóla**, **tvistur** og **aðgerðamagnari**

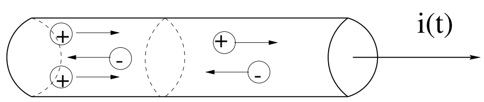


- Eining kölluð **lind** framkallar spennu eða straum sem stendur fyrir tilteknar upplýsingar.



Grunnhugtök- Straumur

- **Straumur**. Þegar hlaðnar agnir flytjast í gegnum yfirborð, t.d. þverskurð leiðara, þá nefnist heildar hleðslutilfærsla á tímaeiningu, straumur.



- Straumur hefur eininguna A (Amper).
  1 A samsvarar flutningi 1 C hleðslu á 1 sekúndu.
- Við notum táknið $i(t)$ fyrir straum. Samkvæmt skilgreiningunni hér að ofan er

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$$

og

$$q(t) = \int_{-\infty}^{t} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.1.

Grunnhugtök-Orka

- **Orka**. Eitt af grundvallarlögmálum eðlisfræðinnar er lögmálið um varðveislu orkunnar.
- Orka myndast hvorki né eyðist, hún breytir aðeins um form.
- Raforka getur til dæmis orðið til úr efnaorku (rafhlaða) eða vélrænni orku (vatnsaflshverfill).
- Orka hefur eininguna J (Joule).
- Við notum táknið $w(t)$ fyrir orku (vinnu).

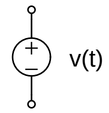
Grunnhugtök-Spenna

- **Spenna**. Ef vinna er framkvæmd á hleðslu, þá kallast hlutfall orkubreytingar og hleðslubreytingar, spenna
- Spenna hefur eininguna V (Volt).
- 1 V samsvarar 1 J vinnu framkvæmdri á 1 C hleðslu.
- Við notum táknið $v(t)$ fyrir spennu.
- Samkvæmt skilgreiningu er

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)}$$

Rásaeiningar-Spennulindir

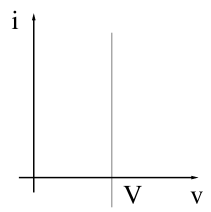
- **Óháð spennulind**: Óháð kjörspennulind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum spennumun milli póla sinna, óháð straumnum sem fer um hana.

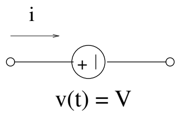


- Spennumunur er jákvæður reiknað frá mínuspól til plúspóls, þ.e. spennuhækkun.
- Ef spennan $v(t)$ er jákvæð þá er spennan á plúspólnum hærri en spennan á mínuspólnum, sem nemur stærðinni $v(t)$.
- Þessi spennulind er kjörspennulind því að í raunveruleikanum getur jafnvel fullkomnasta spennulind ekki haldið ákveðinni spennu alveg óháð straumnum sem um hana fer.

Rásaeiningar-Spennulindir

- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörspennulind

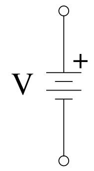




- Ef lindin er tengd við rás ákvarðast stærð og stefna straumsins $i(t)$ af rásinni
- Spennulind með 0 V spennu heldur báðum pólum sínum við sömu spennu, óháð straumnum sem um hana fer. Hún er þá jafngild fullkomnum leiðara.

Rásaeiningar-Spennulindir

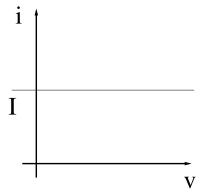
- Ekki er hægt að tengja fullkominn leiðara milli póla spennulindar (nema 0 V). Þetta er kallað **skammhlaup**.
- Spennulindin tryggir spennumun milli pólanna en skammhlaupið tryggir sömu spennu, sem leiðir til mótsagnar.

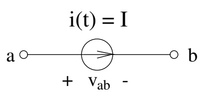


- Ef spenna lindar breytist ekki sem fall af tíma kallast hún **jafnspennulind**

Rásaeiningar-Straumlindir

- **Óháð straumlind**: Óháð kjörstraumlind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum straum í gegnum sig, óháð spennumuninum milli póla hennar.
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörstraumlind



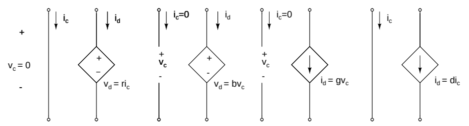


- Ef straumlindin er tengd við rás þá ákvarðast stærð og stefna spennunnar v_{ab} af rásinni

Rásaeiningar-Straumlindir

- Straumlind með 0 A straum hleypir engum straum í gegnum sig, óháð spennunni yfir hana og er jafngild **opinni rás**
- Straumlind getur aldrei verið ótengd, því eitthvert verður straumurinn að fara

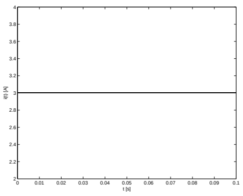
Rásaeiningar-Stýrðar lindir



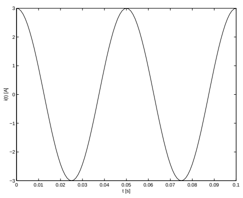
- **Stýrðar lindir**. Til eru fjórar tegundir stýrðra linda, þ.e. lindir þar sem lindarspennan eða - straumurinn er háð einhverri breytu (spennu eða straum) annarsstaðar í rásinni. Þær eru
  - spennustýrð spennulind
  - straumstýrð spennulind
  - spennustýrð straumlind
  - straumstýrð straumlind

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.2.

Einingar og tákn



Ef kraftur sem færir hleðslu um leiðara er fasti þá er straumurinn $\mathrm{d}q/\mathrm{d}t = I$ fasti. Slíkur straumur er nefndur **jafnstraumur**.



Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

Einingar og tákn

Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

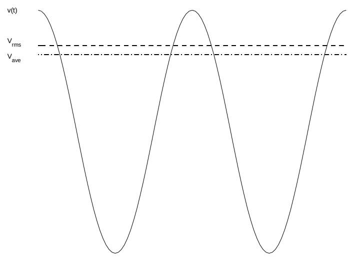
þar sem

- I_o er útslag merkisins
- ω er horntíðni
- t er tími
- ϕ er fasahorn

Venjulega notum við litla stafi til að tákna stærðir sem breytast með tíma (v, i, q), en stóra stafi til að tákna fastar stærðir (V, I, Q)

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

Einingar og tákn



Virkt gildi (rms) straumsins $i(t)$ er

$$\text{rms gildi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \text{útslag} = 0.7071 \times I_o$$

eða

$$I_{\mathrm{rms}} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_o$$

Meðalgildi straumsins er

$$I_{\mathrm{ave}} = \frac{I_o}{T} \int_0^T |\sin(\omega\tau)|\, \mathrm{d}\tau = \frac{2}{\pi} I_o$$

þar sem T er **lota merkisins** $T = 2\pi/\omega$.

Riðstraumur og jafnstraumur í MATLAB:

```
%
% Ridstraumur
%
t=0:0.001:0.1;
fre = 2 * pi * 20;
phi = 0.5 * pi;
I0 = 3;
i = I0 * sin(fre * t + phi);
figure(1)
plot(t,i)
xlabel('t [s]');
ylabel('i(t) [A]');
print -deps 'rid.eps'
%
% Jafnstraumur
%
I = 3 * ones(length(t));
figure(2)
plot(t,I)
xlabel('t [s]');
ylabel('i(t) [A]');
print -deps 'jafn.eps'
```

Einingar og tákn

Einingakerfið sem notað er er SI-kerfið

- joule
$$1\ \mathrm{J} = \mathrm{Nm}$$
- watt
$$1\ \mathrm{W} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$
- volt
$$1\ \mathrm{V} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$$
- ampere
$$1\ \mathrm{A} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$$
- ohm
$$1\ \Omega = 1\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$$
- farad
$$1\ \mathrm{F} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$$
- henry
$$1\ \mathrm{H} = 1\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}$$

Eðlisviðnám

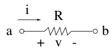
- Sá eiginleiki efnis að hindra straum sem um það fer er nefnd **eðlisviðnám** og táknuð með ρ.
- Einangrarar hafa hátt eðlisviðnám
- Leiðarar hafa lágt eðlisviðnám

Efni	Eðlisviðnám [Ω cm]
Kísill	2.3×10^{5}
Kolefni	4×10^{-3}
Ál	2.7×10^{-6}
Kopar	1.7×10^{-6}
Polystyrene	1×10^{18}

- **Viðnám** er eðliseiginleiki rásaeiningar eða tóls og er táknað með R þar sem
$$R = \frac{\rho L}{A}$$
og A er þverskurðarflatarmál, ρ er eðlisviðnám og L er lengd.

Lögmál Ohms

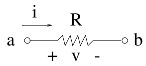
- Fullkominn leiðari flytur hleðslu án þess að ytri orku þurfi til
- Hins vegar tekur viðnám orku frá sérhverri hleðslueiningu sem um það fer
- Ef straumur fer í gegnum viðnám hlýtur að vera spennumunur milli póla viðnámsins.



- **Viðnám** er skilgreint sem sérhver sú rásaeining þar sem spennumunur milli póla er í réttu hlutfalli við strauminn sem á milli fer. Þetta má rita
$$v = iR$$
sem er nefnt lögmál Ohms
- Viðnám er táknað með R. Einingin fyrir viðnám er Ohm, táknað með
$$\Omega = \frac{1\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{A}}$$

Lögmál Ohms

- **Leiðni** er andhverfa viðnáms
$$G = \frac{1}{R}$$
og hefur eininguna S (Siemens) eða mho.

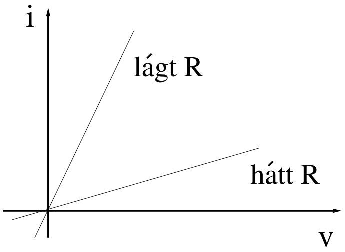


- Viðmiðunarstefnur: Spenna er skilgreind milli einhverra tveggja punkta með + og −
- Spennan er hærri þeim megin sem plúsinn er. Ef punktur a hefur hærri spennu en punktur b þá er v_{ab} jákvæð stærð
- Ef beita á lögmáli Ohms verða straumur og spenna alltaf að vera skilgreind með tengdar viðmiðunarstefnur.

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.3.

Lögmál Ohms

- Ef viðnám er fasti (eins og oftast) er kennilína þess bein lína í $v - i$ plani, sem liggur í gegnum upphafspunktinn og hefur hallatölu $1/R$. Svona viðnám kallast línulegt.

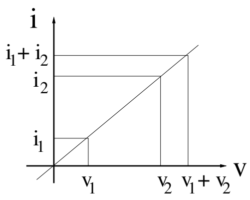


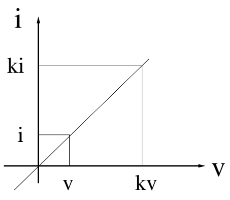
- Ef kennilínan liggur ekki í gegnum upphafspunktinn eða er ekki bein lína þá er viðnámið ekki línulegt.

Summun og einsleitni

Öll línuleg viðnám hafa tvo mikilvæga eiginleika:

- **Summun**: Ef straumur i_1 veldur spennu v_1 og straumur i_2 veldur spennu v_2, þá veldur straumurinn $i_1 + i_2$ spennunni $v_1 + v_2$, ef viðnámið er línulegt
- **Einsleitni** : Ef straumur i veldur spennu v, þá veldur straumurinn ki spennunni kv.





Afl

Ef bæði $v > 0$ og $i > 0$ þá tapa hleðslur orku við að fara í gegnum rásaeininguna

- Spenna er skilgreind sem vinna á hleðslueiningu
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = \mathrm{V}\right]$$
- Straumur er skilgreindur sem hleðslutilfærsla á tímaeiningu
$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} \qquad \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \mathrm{A}\right]$$
- Margfeldi straums og spennu er **afl**
$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)}\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}$$
$$\left[\mathrm{V}\ \mathrm{A} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}\right]$$
og $p(t)$ er orka á tímaeiningu sem hver hleðslueining lætur í té til rásaeiningarinnar.

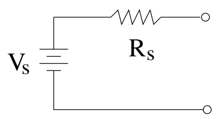
Afl

- Í viðnámi breytist þetta afl í varma sem geislar út í umhverfið
- Ýmsar rásaeiningar geyma orkuna á einn eða annan hátt.
- Ef $p = vi > 0$ tekur rásaeiningin til sín orku, ef $p < 0$ lætur hún frá sér orku.
- Afl í viðnámi
$$p = vi = (iR)i = i^2R$$
$$p = vi = v\frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

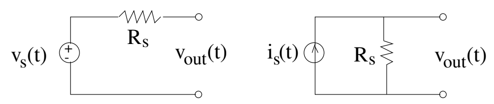
$\Longrightarrow$ Dæmi 1.4.

Lindir - ekki fullkomnar

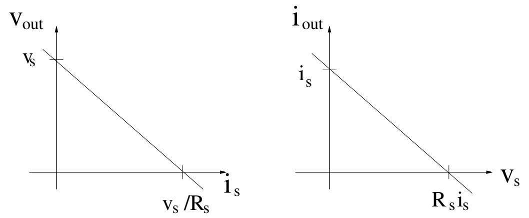
- Raunverulegar rafhlöður hafa innra viðnám. Af þessum sökum verður líkan af raunverulegri rafhlöðu að hafa slíkt viðnám raðtengt við fullkomna spennulind



- Raunhæft líkan af spennulind og straumlind sem ekki eru fullkomnar má setja sem



Lindir - ekki fullkomnar



Fyrir spennulind

$$v_{\text{out}} = v_{\text{s}} - i_{\text{s}} R_{\text{s}}$$

Fyrir straumlind

$$i_{\text{out}} = i_{\text{s}} - \frac{v_{\text{out}}}{R_{\text{s}}} = i_{\text{s}} - G_{\text{s}} v_{\text{out}}$$

Heimildir

[1] R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Prentice Hall, 1995, Kafli 1

[2] D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kaflar 1.1 - 1.2