Greining rása:

Aflreikningur fyrir æstæða svörun

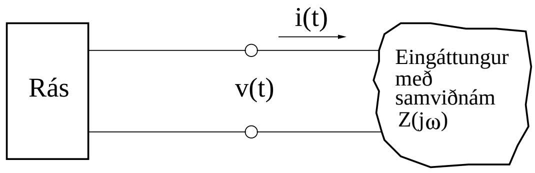
Kafli 13

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

12. apríl 2005

Augnabliksafl og meðalafl



- Höfum áður skilgreint **augnabliksafl**

$$p(t) = v(t)i(t)$$

- Þegar sínuslaga innmerki með horntíðni ω er fætt inn á línulega rás verða allir straumar og spennur í rásinni sínuslaga með sömu horntíðni
- Gerum ráð fyrir að

$$i(t) = I_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \theta_{\mathrm{i}})$$

og

$$v(t) = V_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \theta_{\mathrm{v}})$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Þá verður augnabliksaflið

$$p(t) = v(t)i(t) = V_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \theta_{\mathrm{v}}) I_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \theta_{\mathrm{i}})$$

eða

$$p(t) = \underbrace{\frac{V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}}}{2} \cos(\theta_{\mathrm{v}} - \theta_{\mathrm{i}})}_{\text{fasti}} + \underbrace{\frac{V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}}}{2} \cos(2\omega t + \theta_{\mathrm{v}} + \theta_{\mathrm{i}})}_{\text{tvöföld horntíðni}}$$

- Önnur mikilvæg stærð er meðalafl P eða P_{ave} sem er skilgreint sem meðalgildi augnabliksafls $p(t)$ yfir tiltekið tímabil $[t_1, t_2]$ þar sem $t_2 - t_1 = T$
- Skilgreinum meðalafl

$$P_{\mathrm{ave}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

eða

$$P_{\mathrm{ave}} = \frac{V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}}}{2} \cos(\theta_{\mathrm{v}} - \theta_{\mathrm{i}}) = \frac{V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}}}{2} \cos(\theta_{\mathrm{Z}})$$

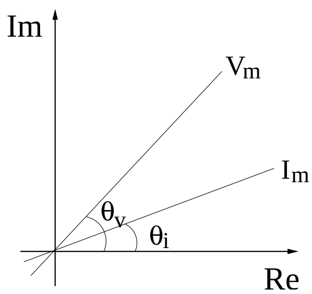
Augnabliksafl og meðalafl

- Hér er

$$\theta_{\mathrm{Z}} = \theta_{\mathrm{v}} - \theta_{\mathrm{i}}$$

horn samviðnámsins $Z(j\omega)$ við raunás

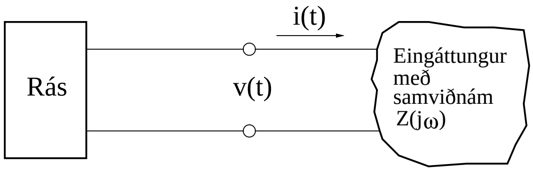
- Ef $Z(j\omega) = R$ þá er $\theta_{\mathrm{Z}} = 0$



- Getum einnig skrifað

$$P_{\mathrm{ave}} = \frac{V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}}}{2} \cos(\theta_{\mathrm{v}} - \theta_{\mathrm{i}}) = \frac{V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}}}{2} \cos(\theta_{\mathrm{i}} - \theta_{\mathrm{v}})$$

Augnabliksafl og meðalafl



- Ef við höfum samviðnám

$$Z = R + jX$$

þá er

$$\mathbf{V} = Z\mathbf{I} = (R + jX)\mathbf{I}$$

$$= \underbrace{R\mathbf{I}}_{\text{í fasa vid } \mathbf{V}} + \underbrace{jX\mathbf{I}}_{90^\circ \text{ úr fasa vid } \mathbf{V}}$$

- Einfalt er að sýna fram á að

$$P_{\text{ave}} = |I_{\text{rms}}| \times |RI_{\text{rms}}| = |I_{\text{rms}}|^2 R$$

vegna þess að launviðnám tekur ekkert meðalafl til sín

Augnabliksafl og meðalafl

- Á sama hátt gildir

$$P_{\text{ave}} = |V_{\text{rms}}| \times |GV_{\text{rms}}| = |V_{\text{rms}}|^2 G$$

- Skilgreinum meðalafl sem

$$\text{sýndarafl} \times \text{aflstuðull}$$

eða

$$P_{\text{ave}} = S \times \text{pf}$$

og

$$\text{pf} = \frac{P_{\text{ave}}}{S} = \frac{\text{raunafl}}{\text{sýndarafl}}$$

þar sem

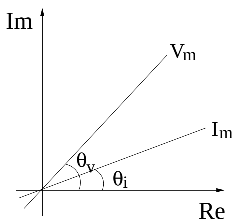
$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$$

og

$$\text{pf} = \cos(\theta_{\text{v}} - \theta_{\text{i}}) = \cos(\theta_{\text{Z}})$$

- Aflstuðullinn er þess vegna cosínus af horninu á milli spennuvísins **V** og straumvísisins **I**

Augnabliksafl og meðalafl



- Það að þekkja aflstuðulinn segir ekki allt um hornið þar eð

$$\cos(\theta_{\text{v}} - \theta_{\text{i}}) = \cos(\theta_{\text{i}} - \theta_{\text{v}})$$

- Til að lýsa þessu horni er talað um seinkaðan aflstuðul ef straumur er á eftir spennu eða álag sé span, og flýttan aflstuðul ef straumur er á undan spennu og álag rýmd
- **Launafl** (e. reactive power) er þverhluti aflsins (meðalafl vegna þverhluta er núll)

Augnabliksafl og meðalafl

- Höfum sýndarafl

$$S = P + jQ$$

þá er fyrir

$$v(t) = \sqrt{2} V_{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_{\text{v}})$$

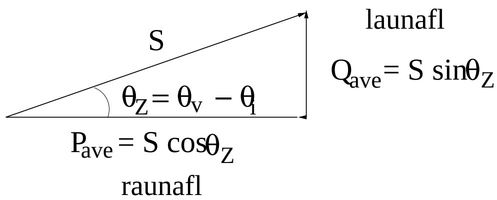
$$i(t) = \sqrt{2} I_{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_{\text{i}})$$

launaflið

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta_{\text{v}} - \theta_{\text{i}})$$

eða

$$Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta_{\text{Z}})$$



Lotubundin merki

- Sum merki endurtaka sig á T sekúndna fresti
- Hver heil endurtekning kallast ein sveifla merkisins eða bylgjuformsins og tímalengd hverrar sveiflu er lotan T
- Mekin eru þess vegna sögð vera lotubundin
- Raunveruleg lotubunidin föll eru til og lotubundin fyrir öll t $(\infty < t < \infty)$
- Ef lotubundin straumur i streymir í gegnum viðnám R þá hitnar viðnámið; það tapast í hverri lotu ákveðin orka
- En hvaða gildi á jafnstraum, I_{dc}, veldur jafnmiklu orkutapi ?
- Sá straumur kallast **virkt gildi lotubundna straumsins**; þ.e stærð þess jafnstraums sem veldur jafnmiklu afltapi í viðnáminu eins og lotubundni straumurinn

Lotubundin merki

- Orkan sem viðnámið R fær í hverri lotu er

$$W_{\text{p}} = \int_{t_1}^{t_2} i_{\text{p}}^2(t) R dt$$

þar sem $t_2 - t_1 = T$ er lotan

- Á sama tíma T gefur jafnstraumurinn orkuna

$$W_{\text{dc}} = \int_{t_1}^{t_2} I_{\text{dc}}^2(t) R dt = I_{\text{dc}}^2 R \int_{t_1}^{t_2} dt$$

eða

$$W_{\text{dc}} = I_{\text{dc}}^2 R \left[t\right]_{t_1}^{t_2} = I_{\text{dc}}^2 R (t_2 - t_1) = I_{\text{dc}}^2 R T$$

- Þegar $W_{\text{p}} = W_{\text{dc}}$ þá er

$$I_{\text{dc}}^2 R T = \int_{t_1}^{t_2} i_{\text{p}}^2(t) R dt$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Þar með er virkt gildi straumsins (e. root-mean-square)

$$I_{\text{dc}} = \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} i_{\text{p}}^2(t) R dt \right)^{1/2} \equiv I_{\text{rms}}$$

- Á sma hátt er vikt gildi spennunnar skilgreint

$$V_{\text{rms}} \equiv \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} v_{\text{p}}^2(t) R dt \right)^{1/2}$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 13.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 13.2.

Heimildir

[1] R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Oxford University Press, 2001, Kafli 11

[2] D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kaflar 2.1 - 2.5