

Greining rása:

Grunnhugtök

Kaffi 1

Jón Tómas Guðmundsson
tumi@hi.is

11. janúar 2005

1

Inngangur

- Í þessu námskeiði greinum við línulegar rafrásir
- Rás er samtenging rásaeyninga, sem meðhöndla orku eða upplýsingar
- Mikilvægur eiginleiki línulegrar rásar er að útslag útmerkis er í réttu hlutfalli við útslag innmerkis
- Greining rása veitir undirstöðu fyrir nokkur meginsvið rafmagnsverkfræðinnar: rafeindataekni, raforkukerfi, fjarskiptafræði og stýritækni
- Fyrst verða innleidd helstu hugtök sem notuð eru í rafmagnsfræði

2

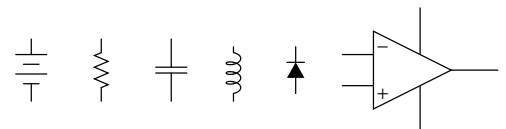
Grunnhugtök

- **Hleðsla** er rafeiginleiki efnis.
- Efnið samanstendur af **frumeindum**.
- Frumeindir eru jákvætt hlaðnar róteindir og óhlaðnar nifteindir sem eru umvafðar skýi af neikvætt hlöðnum rafeindum.
- Hleðsla einnar rafeindar er -1.6×10^{-19} Coulomb.
- Við notum táknið $q(t)$ til að tákna hleðslu sem tiltekið efnismagn hefur á hverjum tíma.
- **Leiðari** er efni, venjulega málmur, þar sem rafeindir geta flust til nálægra frumeinda tiltölulega auðveldlega.
- **Rásir** eru orku eða merkis/upplýsinga gjörvar sem samstanda af tengingum á einingum eða tólum.

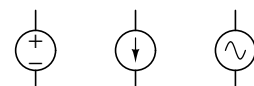
3

Grunnhugtök- Rásaeyningar

- Meðhöndlun orku eða upplýsinga fer fram um tímaháð merki sem kölluð eru **spenna** og **straumur**
- Samspil **rásaeyninga** breytir merkinu í nýjar spennur og strauma
- Dæmi um rásaeyningar eru, **rafhlaða**, **viðnám**, **þéttir**, **spóla**, **tvistur** og **aðgerðamagnari**



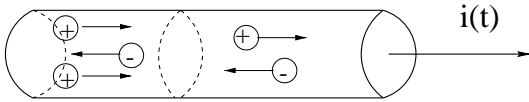
- Eining kölluð **lind** framkallar spennu eða straum sem stendur fyrir tiltekna upplýsingar.



4

Grunnhugtök- Straumur

- **Straumur.** Þegar hlaðnar agnir flytjast í gegnum yfirborð, t.d. þverskurð leiðara, þá nefnist heildar hleðslutilfærsla á tímaeiningu, straumur.



- Straumur hefur eininguna A (Amper).
1 A samsvarar flutningi 1 C hleðslu á 1 sekúndu.
- Við notum táknið $i(t)$ fyrir straum.
Samkvæmt skilgreiningunni hér að ofan er

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

og

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

⇒ Dæmi 1.1.

5

Grunnhugtök-Orka

- **Orka.** Eitt af grundvallarlögmálum eðlisfræðinnar er lögmálið um varðveislu orkunnar.
- Orka myndast hvorki né eyðist, hún breytir aðeins um form.
- Raforka getur til dæmis orðið til úr efnaorku (rafhlaða) eða vélrænni orku (vatnsaflshverfill).
- Orka hefur eininguna J (Joule).
- Við notum táknið $w(t)$ fyrir orku (vinnu).

6

Grunnhugtök-Spenna

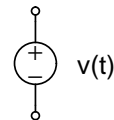
- **Spenna.** Ef vinna er framkvæmd á hleðslu, þá kallast hlutfall orkubreytingar og hleðslubreytingar, spenna
- Spenna hefur eininguna V (Volt).
- 1 V samsvarar 1 J vinnu framkvæmdri á 1 C hleðslu.
- Við notum táknið $v(t)$ fyrir spennu.
- Samkvæmt skilgreiningu er

$$v(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)}$$

7

Rásaeiningar-Spennulindir

- **Óháð spennulind:** Óháð kjörspennulind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum spennunum milli póla sinna, óháð straumnum sem fer um hana.

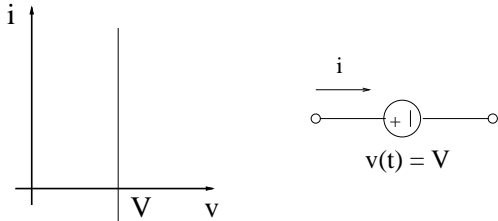


- Spennunumur er jákvæður reiknað frá mínuspól til plúspóls, þ.e. spennuhækkun.
- Ef spennan $v(t)$ er jákvæð þá er spennan á plúspólnum hærrí en spennan á mínuspólnum, sem nemur stærðinni $v(t)$.
- Þessi spennulind er kjörspennulind því að í raunveruleikanum getur jafnvel fullkomnasta spennulind ekki haldið ákveðinni spennu alveg óháð straumnum sem um hana fer.

8

Rásaeiningar-Spennulindir

- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörspennulind

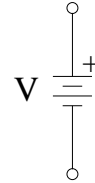


- Ef lindin er tengd við rás ákvarðast stærð og stefna straumsins $i(t)$ af rásinni
- Spennulind með 0 V spennu heldur báðum pólum sínum við sömu spennu, óháð straumnum sem um hana fer. Hún er þá jafngild fullkomnum leiðara.

9

Rásaeiningar-Spennulindir

- Ekki er hægt að tengja fullkominn leiðara milli póla spennulindar (nema 0 V). Þetta er kallað **skammhlaup**.
- Spennulindin tryggir spennumun milli pólanna en skammhlaupið tryggir sömu spennu, sem leiðir til mótsagnar.

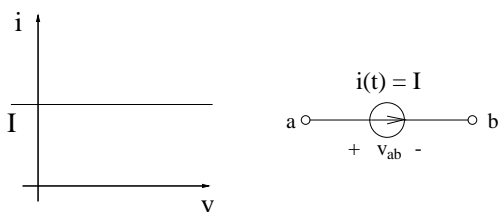


- Ef spenna lindar breytist ekki sem fall af tíma kallast hún **jafnspennulind**

10

Rásaeiningar-Straumlindir

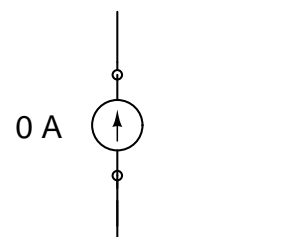
- **Óháð straumlind:** Óháð kjörstraumlind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum straum í gegnum sig, óháð spennumuninum milli póla hennar.
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörstraumlind



- Ef straumlindin er tengd við rás þá ákvarðast stærð og stefna spennunnar v_{ab} af rásinni

11

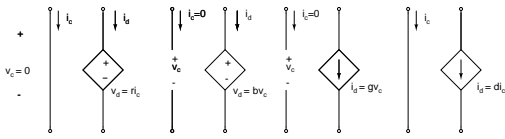
Rásaeiningar-Straumlindir



- Straumlind með 0 A straum hleypir engum straum í gegnum sig, óháð spennunni yfir hana og er jafngild **opinni rás**
- Straumlind getur aldrei verið ótengd, því eitthvert verður straumurinn að fara

12

Rásaeyningar-Stýrðar lindir

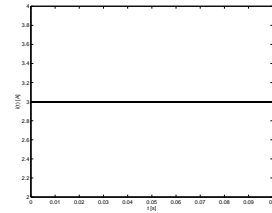


- **Stýrðar lindir.** Til eru fjórar tegundir stýrðra lindra, þ.e. lindir þar sem lindarspennan eða - straumurinn er háð einhverri breytu (spennu eða straum) annarsstaðar í rásinni. Þær eru
 - spennustýrð spennulind
 - straumstýrð spennulind
 - spennustýrð straumlind
 - straumstýrð straumlind

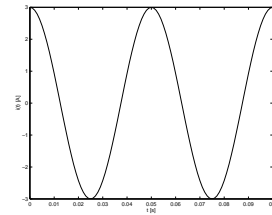
⇒ Dæmi 1.2.

13

Einingar og tákni



Ef kraftur sem færir hleðslu um leiðara er fasti þá er straumurinn $dq/dt = I$ fasti. Slíkur straumur er nefndur **jafnstraumur**.



Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

14

Einingar og tákni

Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

þar sem

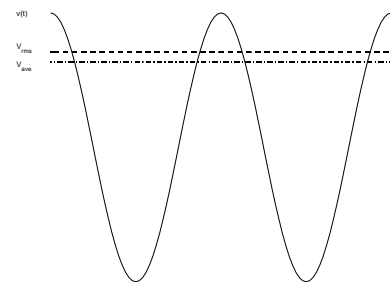
- I_o er útslag merkisins
- ω er horn tíðni
- t er tími
- ϕ er fasahorn

Venjulega notum við litla stafi til að tákna stærðir sem breytast með tíma (v, i, q), en stóra stafi til að tákna fastar stærðir (V, I, Q)

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

15

Einingar og tákni



Virkt gildi (rms) straumsins $i(t)$ er

$$\text{rms gildi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \text{útslag} = 0.7071 \times I_o$$

eða

$$I_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_o$$

Meðalgildi straumsins er

$$I_{\text{ave}} = \frac{I_o}{T} \int_0^T |\sin(\omega \tau)| d\tau = \frac{2}{\pi} I_o$$

þar sem T er **lota merkisins** $T = 2\pi/\omega$.

16

Riðstraumur og jafnstraumur í MATLAB:

```
%  
% Riðstraumur  
%  
t=0:0.001:0.1;  
fre = 2 * pi * 20;  
phi = 0.5 * pi;  
I0 = 3;  
i = I0 * sin(fre * t + phi);  
figure(1)  
plot(t,i)  
xlabel('t [s]');  
ylabel('i(t) [A]');  
print -deps 'rid.eps'  
%  
% Jafnstraumur  
%  
I = 3 * ones(length(t));  
figure(2)  
plot(t,I)  
xlabel('t [s]');  
ylabel('i(t) [A]');  
print -deps 'jafn.eps'
```

17

Einingar og tákni

Einingakerfið sem notað er er SI-kerfið

- joule

$$1 \text{ J} = \text{Nm}$$

- watt

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

- volt

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

- ampere

$$1 \text{ A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}}$$

- ohm

$$1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

- farad

$$1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}}$$

- henry

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

18

Eðlisviðnám

- Sá eiginleiki efnis að hindra straum sem um það fer er nefnd **eðlisviðnám** og táknað með ρ .
- Einangrarar hafa hátt eðlisviðnám
- Leiðarar hafa lágt eðlisviðnám

Efni	Eðlisviðnám [$\Omega \text{ cm}$]
Kísill	2.3×10^5
Kolefni	4×10^{-3}
Ál	2.7×10^{-6}
Kopar	1.7×10^{-6}
Polystyrene	1×10^{18}

- **Viðnám** er eðliseiginleiki rásaeiningar eða tóls og er táknað með R þar sem

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

og A er þverskurðarflatarmál, ρ er eðlisviðnám og L er lengd.

19

Lögmál Ohms

- Fullkominn leiðari flytur hleðslu án þess að ytri orku þurfi til
- Hins vegar tekur viðnám orku frá sérhverri hleðslueiningu sem um það fer
- Ef straumur fer í gegnum viðnám hlýtur að vera spennunur milli póla viðnámsins.

- **Viðnám** er skilgreint sem sérhver sú rásaeining þar sem spennunur milli póla er í réttu hlutfalli við strauminn sem á milli fer. Þetta má rita

$$v = iR$$

sem er nefnt lögmál Ohms

- Viðnám er táknað með R . Einingin fyrir viðnám er Ohm, táknað með

$$\Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

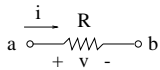
20

Lögmál Ohms

- Leiðni er andhverfa viðnáms

$$G = \frac{1}{R}$$

og hefur eininguna S (Siemens) eða mho.



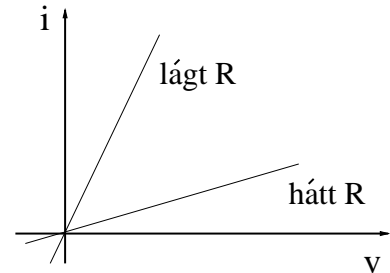
- Viðmiðunarstefnur: Spenna er skilgreind milli einhverra tveggja punkta með + og -
- Spennan er hærri þeim megin sem plúsinn er. Ef punktur a hefur hærri spennu en punktur b þá er v_{ab} jákvæð stærð
- Ef beita á lögmáli Ohms verða straumur og spenna alltaf að vera skilgreind með tengdar viðmiðunarstefnur.

⇒ Dæmi 1.3.

21

Lögmál Ohms

- Ef viðnám er fasti (eins og oftast) er kennilína þess bein lína í $v - i$ plani, sem liggur í gegnum upphafspunktinn og hefur hallatölu $1/R$
- Svona viðnám kallast **línulegt**



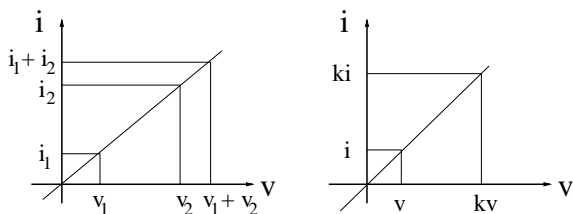
- Ef kennilínan liggur ekki í gegnum upphafspunktinn eða er ekki bein lína þá er viðnámið ekki línulegt.

22

Summun og einsleitni

Öll línuleg viðnám hafa tvo mikilvæga eiginleika:

- **Summun:** Ef straumur i_1 veldur spennu v_1 og straumur i_2 veldur spennu v_2 , þá veldur straumurinn $i_1 + i_2$ spennunni $v_1 + v_2$, ef viðnámið er línulegt
- **Einsleitni:** Ef straumur i veldur spennu v , þá veldur straumurinn ki spennunni kv .



23

Afl

Ef bæði $v > 0$ og $i > 0$ þá tapa hleðslur orku við að fara í gegnum rásaeininguna

- Spenna er skilgreind sem vinna á hleðslueiningu

$$v(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)} \quad \left[\frac{J}{C} = V \right]$$

- Straumur er skilgreindur sem hleðslutilfærsla á tímaeiningu

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \left[\frac{C}{s} = A \right]$$

- Margfeldi straums og spennu er **afl**

$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)} \frac{dq(t)}{dt} = \frac{dw(t)}{dt}$$

$$\left[V A = \frac{J}{C} \frac{C}{s} = \frac{J}{s} = W \right]$$

og $p(t)$ er orka á tímaeiningu sem hver hleðslueining lætur í té til rásaeiningarinnar.

24

Afl

- Í viðnámi breytist þetta afl í varma sem geislar út í umhverfið
- Ýmsar rásaeiningar geyma orkuna á einn eða annan hátt.
- Ef $p = vi > 0$ tekur rásaeiningin til sín orku, ef $p < 0$ lætur hún frá sér orku.
- Afl í viðnámi

$$p = vi = (iR)i = i^2R$$

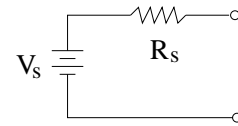
$$p = vi = v \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

⇒ Dæmi 1.4.

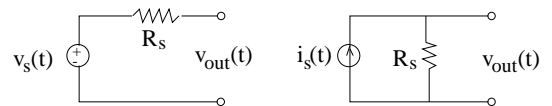
25

Lindir - ekki fullkomnar

- Raunverulegar rafhlöður hafa innra viðnám. Af þessum sökum verður líkan af raunverulegri rafhlöðu að hafa slíkt viðnám raðtengt við fullkomna spennulind

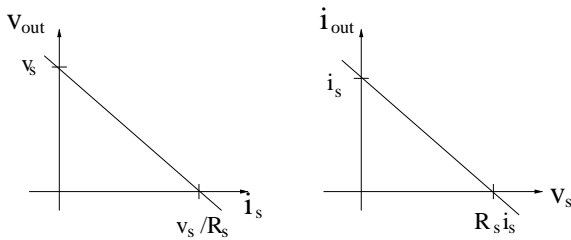


- Raunhæft líkan af spennulind og straumlind sem ekki eru fullkomnar má setja sem



26

Lindir - ekki fullkomnar



Fyrir spennulind

$$v_{\text{out}} = v_s - i_s R_s$$

Fyrir straumlind

$$i_{\text{out}} = i_s - \frac{v_{\text{out}}}{R_s} = i_s - G_s v_{\text{out}}$$

27

Heimildir

- [1] R. A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Oxford University Press, 2001, Kafli 1
- [2] D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kafli 1.1 - 1.2

28