Greining rása:

Jafngildisrásir

Kafli 5

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

28. janúar 2005

Hlutfallseiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás þegar ein óháð lind vinnur sem inntak þá er úttakið í hlutfalli við þetta eina inntak.
- Einnig ef þetta eina inntak er margfaldað með fasta k þá er úttakið einnig margfaldað með fasta k.

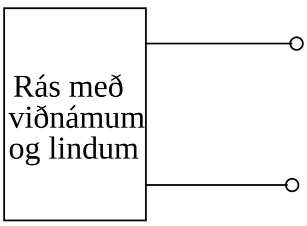
Samlagningareiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás með fleiri en eina óháða lind, þá má reikna úttak (spennu eða straum) í rás með því að leggja saman tillegg óháðu lindanna hverrar fyrir sig þegar hinar lindirnar eru núllstilltar.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.2.

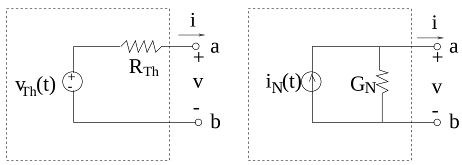
Reglur Thévenin og Norton



- Tveggja póla rásir (tvípólar) eru kallaðar jafngildar miðað við pólana (a-b) ef sami straumur streymir inn í báðar rásir þegar sama spenna er á milli pólanna; eða öfugt.
- Dæmi um slíkar jafngildisrásir eru jafngildisviðnám fyrir hliðtengingar og raðtengingar viðnáma.

Reglur Thévenin og Norton

- Thévenin og Norton sýndu fram á að rás sem inniheldur línuleg viðnám og lindir (spennu eða straum, stýrðar eða óháðar) hefur jafngildisrás á forminu:



Thevenin Norton

- Rásin getur innihaldið eins margar lindir og vera skal. Ef sama ytri rásin er tengd við pólana a og b þá fæst alls staðar sami straumur i og sama spenna v.
- Til að finna v_{Th}, R_{Th}, i_{N} og R_{N} höfum við rásirnar fyrst ótengdar (ytra viðnám $R = \infty$). Þá er augljóst að $i = 0$ og spennurnar eru þær sömu.

Reglur Thévenin og Norton

- Köllum spennuna V_{oc} **tómgangsspennuna**. Sjáum að

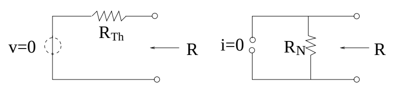
$$V_{\mathrm{oc}} = V_{\mathrm{Th}} = I_{\mathrm{N}} R_{\mathrm{N}}$$

- Síðan skammhleypum við milli pólanna a og b (ytra viðnám $R = 0$). Þá er $v = 0$ og straumarnir hljóta að vera þeir sömu.
- Köllum strauminn I_{sc} **skammhlaupsstraum**.
- Sjáum að

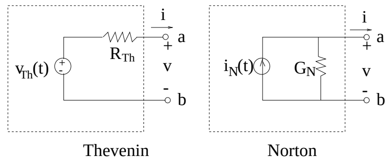
$$I_{\mathrm{sc}} = I_{\mathrm{N}} = \frac{V_{\mathrm{Th}}}{R_{\mathrm{Th}}}$$

- Berum saman ofangreindar jöfnur og sjáum að

$$R_{\mathrm{Th}} = R_{\mathrm{N}}$$



Reglur Thévenin og Norton

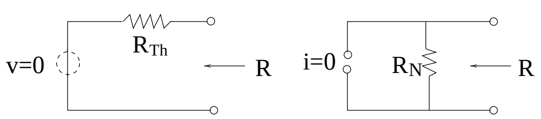


1. Spennulindin í Thévenin-rásinni er tómgangsspenna rásrinnar $V_{\mathrm{Th}} = V_{\mathrm{oc}}$.
2. Straumlindin í Norton-rásinni er skammhlaupsstraumur rásarinnar $I_{\mathrm{N}} = I_{\mathrm{sc}}$
3. Raðtengda viðnámið í Thévenin-rásinni er jafnstórt og hliðtengda viðnámið í Norton-rásinni $R_{\mathrm{Th}} = R_{\mathrm{N}}$. Það er oft kallað **útgangsviðnám**.
4. Lögmál Ohms tengir saman tómgangsspennuna, skammhlaupsstrauminn og útgangsviðnámið

$$V_{\mathrm{oc}} = I_{\mathrm{sc}} R_{\mathrm{Th}} = I_{\mathrm{sc}} R_{\mathrm{N}}$$

Reglur Thévenin og Norton

- Einnig sjáum við að ef spennulindin í Thévenin-rásinni er núllstillt (skammhlaup) þá er R_{Th} það viðnám sem við sjáum á milli pólanna.
- Sama gildir um Norton rásina; ef straumlindin er núllstillt (opin rás) þá er R_{N} það viðnám sem við sjáum á milli pólanna.



Reglur Thévenin og Norton

Fyrir hvaða rás sem er (viðnám og lindir) má finna jafngildis útgangsviðnám:

1. Núllstilla allar óháðar lindir
   - setja skammhlaup fyrir spennulind
   - opna rás fyrir straumlind
2. Finna jafngildisviðnám milli pólanna.

   Algengasta leiðin er að setja 1 A prufustraum inn á rásina (milli pólanna) og finna hver spennan verður á milli pólanna. Sú spenna er þá tölulega jafnstór og jafngildisviðnámið, þ.e.

$$R_{\mathrm{Th}} = \frac{V_{\mathrm{o}}\ [\mathrm{V}]}{1\ [\mathrm{A}]} = V_{\mathrm{o}}\ [\Omega]$$

Til að finna Thévenin- og Norton-jafngildisrásir fyrir tiltekna rás er nægilegt að finna tvær af stærðunum þremur R_{Th}, V_{oc} og I_{sc}.

Reglur Thévenin og Norton

Athuga ber að Thévenin- og Norton-jafngildisrásir eru aðeins jafngildar miðað við pólana (a og b); þær segja ekkert um hvað gerist inni í rásinni, t.d. afltöp.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.3.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.4.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.5.

Reglur Thévenin og Norton

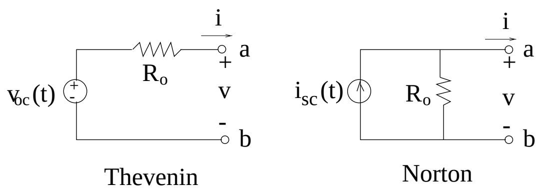
Skoðum nú $I - V$ kennilínur Thévenin- og Norton-rásanna.

Spennan v í Thévenin-rásinni fæst samkvæmt KVL:

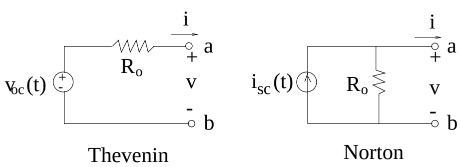
$$v = V_{\mathrm{oc}} - iR_{\mathrm{o}}$$

$$i = -\frac{1}{R_{\mathrm{o}}}v + \frac{V_{\mathrm{oc}}}{R_{\mathrm{o}}} = -\frac{1}{R_{\mathrm{o}}}v + I_{\mathrm{sc}}$$

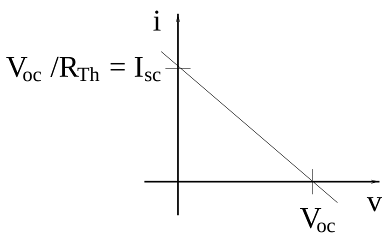
sem fæst einnig með KCL út frá Norton-rásinni.



Reglur Thévenin og Norton

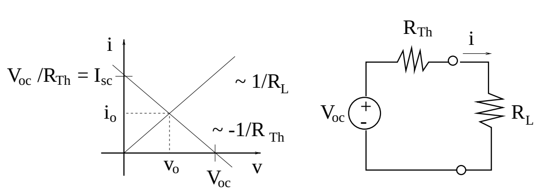


Kennilínan er því bein lína með hallatölu $-1/R_{\mathrm{o}}$ og skurðpunkt við i–ás í $i = I_{\mathrm{sc}}$. Það þýðir að fyrir sérhvert gildi á v getur i haft eitt og aðeins eitt gildi (og öfugt).



Reglur Thévenin og Norton

Tengjum viðnám milli pólanna á Thévenin-rásinni og teiknum $i - v$ kennilínu viðnámsins inn á sömu mynd og $i - v$ kennilínu Thévenin rásarinnar.

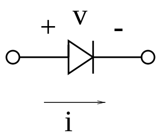


Skurðpunktur línanna segir til um þá spennu og þann straum sem uppfyllir skilyrði beggja rásahluta og er hann jafnframt eina lausnin $(v_{\mathrm{o}}, i_{\mathrm{o}})$.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.6.

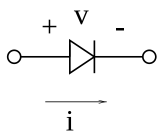
Tvistar

- Það að nota skurðpunkta kennilína til að finna **vinnupunkt** er mest notað í rafeindatækni þar sem tól eru gjarnan ólínuleg og einfaldast að leysa vandamál með grafískum aðferðum
- Rafeindatólið hefur ólínulega $i - v$ kennilínu. Skurðpunktur við álagslínu gefur straum og spennu
- **Tvistur** er ólínuleg tveggja póla rásaeining sem er mikið notuð í rafrásum
- Við lítum oft á tvist sem nokkurskonar einstefnuloka, sem hleypir straum (viðnámslaust) í aðra áttina en engum í hina.



Tvistar

- Þetta er gróf nálgun. Í raunverulegri díóðu verður alltaf eitthvert spennufall þegar hún er **framspennt** og á að virka eins og kjörleiðari; og eins rennur straumur um hana þegar hún er **bakspennt** og á að virka eins og opin rás.



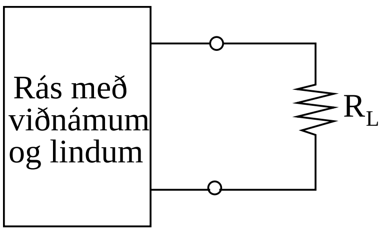
- Samband straums og spennu í raunverulegri pn-díóðu (kísil) er gefin með

$$i = I_o(e^{19.3V} - 1)$$

þar sem I_o er **mettunarstraumur** eða **lekastraumur** og er mismunandi frá díóðu til díóðu, þó yfirleitt af stærðargráðunni 1 μA.

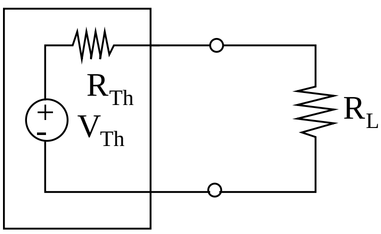
$\Longrightarrow$ Dæmi 5.7.

Hámarksaflflutningur

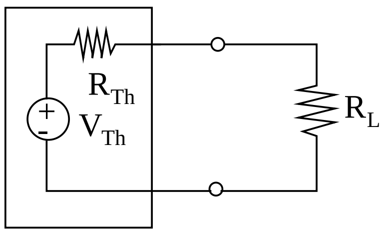


Hvernig á að velja R_L til að hámarka aflið í R_L ?

Finnum fyrst Thévenin-jafngildisrás fyrir rásina. Finnum síðan aflið í R_L, $P_L(t)$, sem fall af R_L.



Hámarksaflflutningur



Með spennudeilingu fæst að

$$v_o(t) = V_{Th}(t)\frac{R_L}{R_{Th} + R_L}$$

og alfið í R_L er

$$P_L(t) = \frac{v_o^2(t)}{R_L} = \frac{V_{Th}^2(t)}{R_L}\frac{R_L^2}{(R_{Th} + R_L)^2}$$

$$= \frac{V_{Th}^2(t) R_L}{(R_{Th} + R_L)^2}$$

Diffrum með tilliti til R_L og setjum diffurkvótann núll

$$\frac{\partial P_L(t)}{\partial R_L} = 0$$

Hámarksaflflutningur

$$V_{\mathrm{Th}}^2 \frac{(R_L + R_{\mathrm{Th}})^2 - R_L 2(R_L + R_{\mathrm{Th}})}{(R_L + R_{\mathrm{Th}})^4} = 0$$

eða

$$R_L^2 + 2R_L R_{\mathrm{Th}} + R_{\mathrm{Th}}^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{\mathrm{Th}} = 0$$

eða

$$R_{\mathrm{Th}}^2 - R_L^2 = 0$$

og

$$R_{\mathrm{Th}} = R_L$$

Hámarksaflið verður þá

$$(P_L(t))_{\max} = \frac{v_{\mathrm{o}}^2}{R_L} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2}{4R_{\mathrm{Th}}}$$

kallað mesta fánlegt afl og það er fáanlegt aðeins ef **álagsviðnámið** R_L er **aðhæft** að rásinni.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.8.

Heimildir

[1] R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Oxford University Press, 2001, Kaflar 5 og 6

[2] D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kaflar 2.1 - 2.5