Greining rása:

Tengdar spólur

Kafli 8

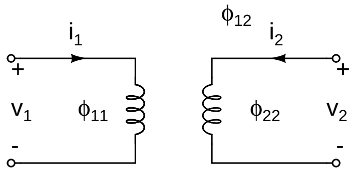
Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

22. febrúar 2005

Inngangur

Hugsum okkur tvær spólur sem eru nægilega nálægt hvor annarri til að hluti af segulflæði hvorrar spólu fari einnig í gegn um hina.



Köllum ϕ_{jk} flæði í vafi j vegna straums i_k í vafi k og skilgreinum

$$L_{jk} = \frac{n_j \phi_{jk}}{i_k}$$

Margföldum í gegn með i_k og diffrum með tilliti til tíma

$$L_{jk}\frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t} = n_j \frac{\mathrm{d}\phi_{jk}}{\mathrm{d}t}$$

Nú er

$$v(t) = n\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

svo að fyrir spólu (vaf) 1 fæst

$$v_1(t) = n\frac{\mathrm{d}(\text{heildarsegulflæði í vafi 1})}{\mathrm{d}t}$$

eða

$$v_1(t) = n\frac{\mathrm{d}(\phi_{11}+\phi_{12})}{\mathrm{d}t} = n_1\frac{\mathrm{d}\phi_{11}}{\mathrm{d}t} + n_2\frac{\mathrm{d}\phi_{12}}{\mathrm{d}t}$$

sem rita má

$$v_1(t) = L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

Á sama hátt fæst fyrir spólu 2

$$v_2(t) = L_{21}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

þar sem L_{12} og L_{21} er ekki óháðar stærðir.

Gagnspan

Skoðum leiðina sem segulflæðið fer þegar það fer um báðar spólurnar.

ϕ_{12} mætir vissri segultregðu og ϕ_{21} mætir sömu segultregðu.

Þá hlýtur að gilda

$$\mathcal{R} = \frac{n_1 i_1}{\phi_{21}} = \frac{n_2 i_2}{\phi_{12}}$$

eða

$$\frac{n_1\phi_{12}}{i_2} = \frac{n_2\phi_{21}}{i_1}$$

sem jafngildir

$$L_{12} = L_{21} \equiv M$$

Stærðin M er nefnd **gagnspan** (e. mutual inductance)

Kúplingsstuðull

Nú má rita

$$v_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$v_2(t) = M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

og L_1 og L_2 eru alltaf jákvæðar stærðir.

Kúplngsstuðullinn k er skilgreindur sem

$$k \equiv \frac{\mid M \mid}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Við sjáum að $k \leq 1$, og þegar $k = 1$ fer allt segulflæðið í gegnum báðar spólurnar og við segjum að þær séu fullkomlega kúplaðar.

$\Longrightarrow$ Dæmi 8.1.

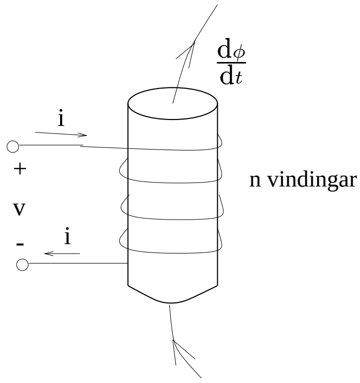
Lögmál Faradays

Lögmál Faradays

$$v = n \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

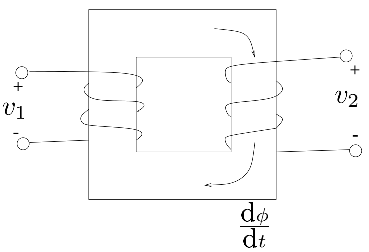
segir aðeins til um stærð en ekki formerki spennunnar.

Til að finna formerkið þurfum við mynd



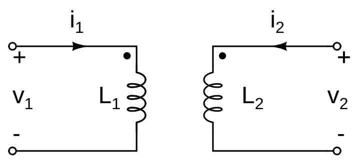
Lögmál Faradays

- Sé spennan v_2 þannig að i_2 sé vaxandi þá veldur hann segulflæðiaukningu $\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t$ í þá átt sem myndin sýnir
- Þessi segulflæðiaukning spanar jákvæða spennu v_1 svo að $M > 0$



- Þetta er táknað með punktum: Spenna sem lögð er yfir annað vafið með plúsinn punktmeginn spanar spennu í hinu vafinu sem einnig hefur plúsinn punktmeginn

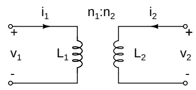
Lögmál Faradays



- Straumar sem flæða inn í punktmerktu pólana vinna með flæðinu ϕ sem fer í gegnum bæði vöfin
- Séu fleiri en tvær spólur kúplaðar saman þarf nýja merkingu fyrir hvert par af spólum

$\Longrightarrow$ Dæmi 8.2.

Kjörspennir



Kjörspennir er líkan af raunverulegum spenni. Hann er fullkominn (og óraunverulegur) að þrennu leyti

1. Í honum tapast engin orka
2. Kúplingin er fullkomin, þ.e. $k = 1$
3. Sjálfspan beggja spóla, L_1 og L_2 er óendanlegt

Þá má rita

$$v_1 = n_1 \frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} \quad \text{og} \quad v_2 = n_2 \frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t}$$

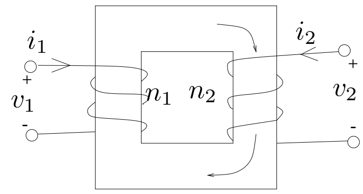
og þar sem $k = 1$ þá er

$$\phi_1 = \phi_2$$

og

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Kjörspennir



Í segulrásum samsvarar ϕ straum og ni samsvarar spennu. Því gildir fyrir kjörspenni

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \phi \mathcal{R} = 0$$

Fyrir kjörspenni er því $\mathcal{R} = 0$ ($\mu \longrightarrow \infty$)

Því má rita

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1}$$

Sjálfspan spólanna er $L_{1,2} \propto \mu$ svo að nú er $L_1 = L_2 = \infty$

Í kjörspenni tapast ekkert afl

Kjörspennir

Ritum

$$v_1 n_2 = v_2 n_1$$

og

$$\frac{i_1}{n_2} = -\frac{i_2}{n_1}$$

Margföldum jöfnurnar saman og fáum

$$v_1 n_2 \frac{i_1}{n_2} = v_2 n_1 \left(-\frac{i_2}{n_1} \right)$$

eða

$$v_1 i_1 = -v_2 i_2$$

sem jafngildir

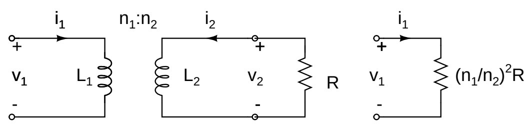
$$p_1 = -p_2$$

sem þýðir að allt afl sem fer inn á vaf 1 fer út úr vafi 2, þ.e. ekkert afl tapast

$\Longrightarrow$ Dæmi 8.3.

$\Longrightarrow$ Dæmi 8.4.

Kjörspennir



- Í kjörspenni má líta á annað vafið sem háspennuvaf með marga vindinga og lágan straum og hitt vafið sem lágspennuvaf með fáa vindinga en háan straum
- Gildi viðnáms sem tengt er yfir **bakvaf** spennis virðist séð frá **forvafinu** vera $(n_1/n_2)^2$ stærra en það er

Kjörspennir

- Hér gildir
$$-i_2 = \frac{v_2}{R}$$
en
$$i_1 = -\frac{n_2}{n_1} i_2 = \frac{n_2}{n_1}\frac{v_2}{R}$$
og
$$v_2 = v_1 \frac{n_2}{n_1}$$
eða
$$i_1 = \frac{n_2}{n_1}\frac{n_2}{n_1}\frac{v_1}{R} = \frac{v_1}{R}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$
- Viðnámið sem lind sem tengd er inn á forvafið sér er
$$\frac{v_1}{i_1} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 8.5.

Heimildir

[1] R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Oxford University Press, 2001, Kafli 18