Greining rása:

Aflreikningur fyrir æstæða svörun

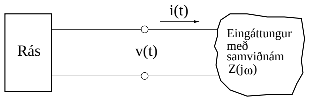
Kafli 13

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

14. vika 2006

Augnabliksafl og meðalafl



- Höfum áður skilgreint **augnabliksafl**

$$p(t) = v(t)i(t)$$

- Þegar sínuslaga innmerki með horntíðni ω er fætt inn á línulega rás verða allir straumar og spennur í rásinni sínuslaga með sömu horntíðni
- Gerum ráð fyrir að

$$i(t) = I_\mathrm{m}\cos(\omega t + \theta_\mathrm{i})$$

og

$$v(t) = V_\mathrm{m}\cos(\omega t + \theta_\mathrm{v})$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Þá verður augnabliksaflið

$$p(t) = v(t)i(t) = V_\mathrm{m}\cos(\omega t + \theta_\mathrm{v})I_\mathrm{m}\cos(\omega t + \theta_\mathrm{i})$$

eða

$$p(t) = \underbrace{\frac{V_\mathrm{m}I_\mathrm{m}}{2}\cos(\theta_\mathrm{v} - \theta_\mathrm{i})}_{\text{fasti}} + \underbrace{\frac{V_\mathrm{m}I_\mathrm{m}}{2}\cos(2\omega t + \theta_\mathrm{v} + \theta_\mathrm{i})}_{\text{tvöföld horntídni}}$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Önnur mikilvæg stærð er meðalafl P eða P_ave sem er skilgreint sem meðalgildi augnabliksafls $p(t)$ yfir tiltekið tímabil $[t_1, t_2]$ þar sem $t_2 - t_1 = T$
- Skilgreinum meðalafl

$$P_\mathrm{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

eða

$$P_\mathrm{ave} = \frac{V_\mathrm{m}I_\mathrm{m}}{2}\cos(\theta_\mathrm{v} - \theta_\mathrm{i}) = \frac{V_\mathrm{m}I_\mathrm{m}}{2}\cos(\theta_\mathrm{Z})$$

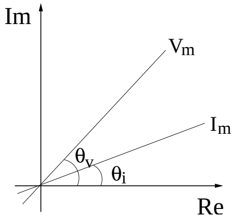
Augnabliksafl og meðalafl

- Hér er

$$\theta_Z = \theta_v - \theta_i$$

horn samviðnámsins $Z(j\omega)$ við raunás

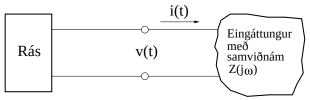
- Ef $Z(j\omega) = R$ þá er $\theta_Z = 0$



- Getum einnig skrifað

$$P_{ave} = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_i - \theta_v)$$

Augnabliksafl og meðalafl



- Ef við höfum samviðnám

$$Z = R + jX$$

þá er

$$\mathbf{V} = Z\mathbf{I} = (R + jX)\mathbf{I}$$
$$= \underbrace{R\mathbf{I}}_{\text{í fasa vid } \mathbf{V}} + \underbrace{jX\mathbf{I}}_{90^\circ \text{ úr fasa vid } \mathbf{V}}$$

- Einfalt er að sýna fram á að

$$P_{ave} = |I_{rms}| \times |RI_{rms}| = |I_{rms}|^2 R$$

vegna þess að launviðnám tekur ekkert meðalafl til sín

Augnabliksafl og meðalafl

- Á sama hátt gildir

$$P_{ave} = |V_{rms}| \times |GV_{rms}| = |V_{rms}|^2 G$$

- Skilgreinum meðalafl sem

$$\text{sýndarafl} \times \text{aflstuðull}$$

eða

$$P_{ave} = S \times \text{pf}$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Aflstuðull er skilgreindur

$$\text{pf} = \frac{P_{ave}}{S} = \frac{\text{raunafl}}{\text{sýndarafl}}$$

þar sem

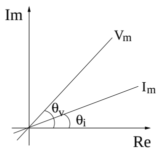
$$S = V_{rms} I_{rms}$$

og

$$\text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_Z)$$

- Aflstuðullinn er þess vegna cosínus af horninu á milli spennuvísins **V** og straumvísisins **I**

Augnabliksafl og meðalafl



- Það að þekkja aflstuðulinn segir ekki allt um hornið þar eð

$$\cos(\theta_\text{v} - \theta_\text{i}) = \cos(\theta_\text{i} - \theta_\text{v})$$

- Til að lýsa þessu horni er talað um seinkaðan aflstuðul ef straumur er á eftir spennu eða álag sé span, og flýttan aflstuðul ef straumur er á undan spennu og álag rýmd
- **Launafl** (e. reactive power) er þverhluti aflsins (meðalafl vegna þverhluta er núll)

Augnabliksafl og meðalafl

- Höfum sýndarafl

$$S = P + jQ$$

þá er fyrir

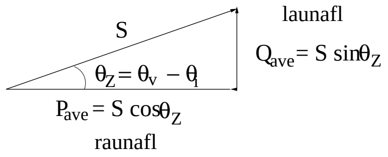
$$v(t) = \sqrt{2}V_\text{rms}\cos(\omega t + \theta_\text{v})$$
$$i(t) = \sqrt{2}I_\text{rms}\cos(\omega t + \theta_\text{i})$$

launaflið

$$Q = V_\text{rms}I_\text{rms}\sin(\theta_\text{v} - \theta_\text{i})$$

eða

$$Q = V_\text{rms}I_\text{rms}\sin(\theta_Z)$$



Lotubundin merki

- Sum merki endurtaka sig á T sekúndna fresti
- Hver heil endurtekning kallast ein sveifla merkisins eða bylgjuformsins og tímalengd hverrar sveiflu er lotan T
- Mekin eru þess vegna sögð vera lotubundin
- Raunveruleg lotubunidin föll eru til og lotubundin fyrir öll t $(\infty < t < \infty)$
- Ef lotubundin straumur i streymir í gegnum viðnám R þá hitnar viðnámið; það tapast í hverri lotu ákveðin orka
- En hvaða gildi á jafnstraum, I_dc, veldur jafnmiklu orkutapi ?
- Sá straumur kallast **virkt gildi lotubundna straumsins**; þ.e stærð þess jafnstraums sem veldur jafnmiklu afltapi í viðnáminu eins og lotubundni straumurinn

Lotubundin merki

- Orkan sem viðnámið R fær í hverri lotu er

$$W_\text{p} = \int_{t_1}^{t_2} i_\text{p}^2(t)Rdt$$

þar sem $t_2 - t_1 = T$ er lotan

- Á sama tíma T gefur jafnstraumurinn orkuna

$$W_\text{dc} = \int_{t_1}^{t_2} I_\text{dc}^2(t)Rdt = I_\text{dc}^2 R\int_{t_1}^{t_2} dt$$

eða

$$W_\text{dc} = I_\text{dc}^2 R\,[t]_{t_1}^{t_2} = I_\text{dc}^2 R(t_2 - t_1) = I_\text{dc}^2 RT$$

- Þegar $W_\text{p} = W_\text{dc}$ þá er

$$I_\text{dc}^2 RT = \int_{t_1}^{t_2} i_\text{p}^2(t)Rdt$$

Augnabliksafl og meðalafl

- Þar með er virkt gildi straumsins (e. root-mean-square)

$$I_{\mathrm{dc}} = \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} i_{\mathrm{p}}^2(t) R dt \right)^{1/2} \equiv I_{\mathrm{rms}}$$

- Á sma hátt er vikt gildi spennunnar skilgreint

$$V_{\mathrm{rms}} \equiv \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} v_{\mathrm{p}}^2(t) R dt \right)^{1/2}$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 13.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 13.2.

Frekara lesefni

Aflreikningar fyrir æstæð sínusmerki eru ræddir í kafla 10 í Nilsson and Riedel (2004) og í kafla 11 hjá DeCarlo and Lin (2001).

References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2004). *Electric Circuits* (7 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.