

Greining rása:

# Jafngildisrásir

## Kaffi 5

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

5. vika 2006

1

## Hlutfallseiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás þegar ein óháð lind vinnur sem inntak þá er úttakið í hlutfalli við þetta eina inntak
- Einnig ef þetta eina inntak er margfaldað með fasta  $k$  þá er úttakið einnig margfaldað með fasta  $k$ .

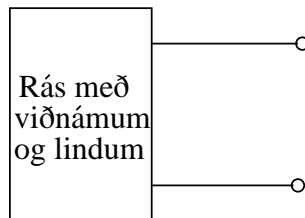
## Samlagningareiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás með fleiri en eina óháða lind, þá má reikna úttak (spennu eða straum) í rás með því að leggja saman tillegg óháðu lindanna hvernar fyrir sig þegar hinar lindirnar eru núllstilltar.

⇒ Dæmi 5.1.    ⇒ Dæmi 5.2.

2

## Reglur Thévenin og Norton

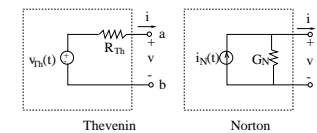


- Tveggja póla rásir (tvíþólar) eru kallaðar jafngildar miðað við pólana (a-b) ef sami straumur streymir inn í báðar rásir þegar sama spenna er á milli pólanna; eða öfugt.
- Dæmi um slíkar jafngildisrásir eru jafngildisviðnám fyrir hliðtengingar og raðtengingar viðnáma.

3

## Reglur Thévenin og Norton

- Thévenin og Norton sýndu fram á að rás sem inniheldur línuleg viðnám og lindir (spennu eða straum, stýrðar eða óháðar) hefur jafngildisrás á forminu:



- Rásin getur innihaldið eins margar lindir og vera skal. Ef sama ytri rásin er tengd við pólana  $a$  og  $b$  þá fæst alls staðar sami straumur  $i$  og sama spenna  $v$ .
- Til að finna  $v_{Th}$ ,  $R_{Th}$ ,  $i_N$  og  $R_N$  höfum við rásirnar fyrst ótengdar (ytra viðnám  $R = \infty$ ). Þá er augljóst að  $i = 0$  og spennurnar eru þær sömu.

4

## Reglur Thévenin og Norton

- Köllum spennuna  $V_{oc}$  **tómgangsspennuna**. Sjáum að

$$V_{oc} = V_{Th} = I_N R_N$$

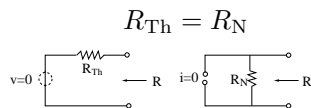
- Síðan skammhleypum við milli póla  $a$  og  $b$  (ytra viðnám  $R = 0$ ). Þá er  $v = 0$  og straumarnir hljóta að vera þeir sömu.

- Köllum strauminn  $I_{sc}$  **skammhlaupsstraum**.

- Sjáum að

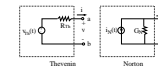
$$I_{sc} = I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

- Berum saman ofangreindar jöfnur og sjáum að



5

## Reglur Thévenin og Norton



1. Spennulindin í Thévenin-rásinni er tómgangsspenna rásrinnar  $V_{Th} = V_{oc}$ .
2. Straumlindin í Norton-rásinni er skammhlaupsstraumur rásarinnar  $I_N = I_{sc}$ .
3. Raðtengda viðnámið í Thévenin-rásinni er jafnstórt og hliðtengda viðnámið í Norton-rásinni  $R_{Th} = R_N$ . Það er oft kallað **útgangsviðnám**.
4. Lögmál Ohms tengir saman tómgangs- spennuna, skammhlaupsstrauminn og útgangsviðnámið

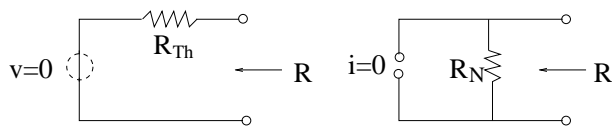
$$V_{oc} = I_{sc} R_{Th} = I_{sc} R_N$$

6

## Reglur Thévenin og Norton

- Einnig sjáum við að ef spennulindin í Thévenin-rásinni er núllstillt (skammhlaup) þá er  $R_{Th}$  það viðnám sem við sjáum á milli póla.

- Sama gildir um Norton rásina; ef straumlindin er núllstillt (opin rás) þá er  $R_N$  það viðnám sem við sjáum á milli póla.



7

## Reglur Thévenin og Norton

Fyrir hvaða rás sem er (viðnám og lindir) má finna jafngildis útgangsviðnám:

1. Núllstillta allar óháðar lindir
  - setja skammhlaup fyrir spennulind
  - opna rás fyrir straumlind
2. Finna jafngildisviðnám milli póla.

Algengasta leiðin er að setja 1 A prufustraum inn á rásina (milli póla) og finna hver spennan verður á milli póla. Sú spenna er þá tölulega jafnstór og jafngildisviðnámið, þ.e.

$$R_{Th} = \frac{V_o \text{ [V]}}{1 \text{ [A]}} = V_o \text{ [\Omega]}$$

8

## Reglur Thévenin og Norton

- Til að finna Thévenin- og Norton-jafngildisrásir fyrir tiltekna rás er nægilegt að finna tvær af stærðunum þremur  $R_{Th}$ ,  $V_{oc}$  og  $I_{sc}$ .
- Athuga ber að Thévenin- og Norton- jafngildisrásir eru aðeins jafngildar miðað við pólana ( $a$  og  $b$ ); þær segja ekkert um hvað gerist inni í rásinni, t.d. afltöp.

⇒ Dæmi 5.3.

⇒ Dæmi 5.4.

⇒ Dæmi 5.5.

9

## Reglur Thévenin og Norton

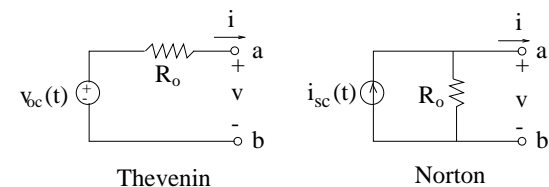
Skoðum nú  $I - V$  kennilínur Thévenin- og Norton-rásanna.

Spennan  $v$  í Thévenin-rásinni fæst samkvæmt KVL:

$$v = V_{oc} - iR_o$$

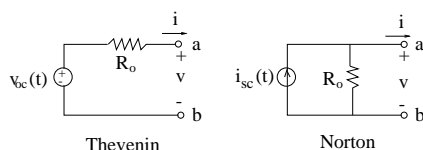
$$i = -\frac{1}{R_o}v + \frac{V_{oc}}{R_o} = -\frac{1}{R_o}v + I_{sc}$$

sem fæst einnig með KCL út frá Norton-rásinni.

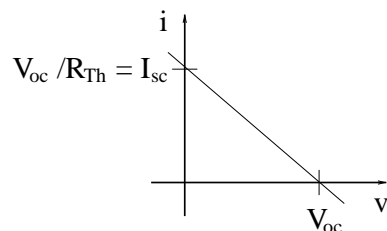


10

## Reglur Thévenin og Norton



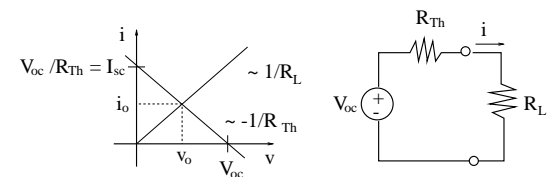
Kennilínan er því bein lína með hallatölu  $-1/R_o$  og skurðpunkt við  $i$ -ás í  $i = I_{sc}$ . Það þýðir að fyrir sérhvert gildi á  $v$  getur  $i$  haft eitt og aðeins eitt gildi (og öfugt).



11

## Reglur Thévenin og Norton

Tengjum viðnám milli pólanna á Thévenin- rásinni og teiknum  $i - v$  kennilínu viðnámsins inn á sömu mynd og  $i - v$  kennilínu Thévenin rásarinnar.



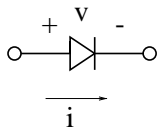
Skurðpunktur línanna segir til um þá spennu og þann straum sem uppfyllir skilyrði beggja rásahluta og er hann jafnframt eina lausnin ( $v_o, i_o$ ).

⇒ Dæmi 5.6.

12

## Tvistar

- Það að nota skurðpunkta kennilína til að finna **vinnupunkt** er mest notað í rafeindatækni þar sem töl eru gjarnan ólínuleg og einfaldast að leysa vandamál með grafískum aðferðum
- Rafeindatólið hefur ólínulega  $i - v$  kennilínu. Skurðpunktur við álagslínu gefur straum og spennu
- **Tvistur** er ólínuleg tveggja póla rásaeining sem er mikið notuð í rafrásum
- Við lítum oft á tvist sem nokkurskonar einstefnuloka, sem hleypir straum (viðnámslaust) í aðra áttina en engum í hina.



13

## Tvistar

- Þetta er gróf nálgun. Í raunverulegri díóðu verður alltaf eitthvert spennufall þegar hún er **framspennt** og á að virka eins og kjörleiðari; og eins rennur straumur um hana þegar hún er **bakspennt** og á að virka eins og opin rás.



- Samband straums og spennu í raunverulegri pn-díóðu (kísil) er gefin með

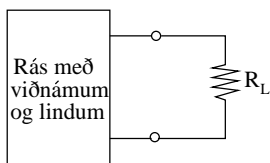
$$i = I_o(e^{19.3V} - 1)$$

þar sem  $I_o$  er **mettunarstraumur** eða **lekastraumur** og er mismunandi frá díóðu til díóðu, þó yfirleitt af stærðargráðunni  $1 \mu\text{A}$ .

⇒ Dæmi 5.7.

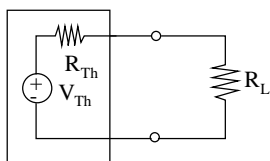
14

## Hámarksafflutningur



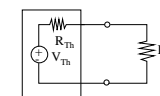
Hvernig á að velja  $R_L$  til að hámarka aflíð í  $R_L$  ?

Finnum fyrst Thévenin-jafngildisrás fyrir rásina. Finnnum síðan aflíð í  $R_L$ ,  $P_L(t)$ , sem fall af  $R_L$ .



15

## Hámarksafflutningur



Með spennudeilingu fæst að

$$v_o(t) = V_{Th}(t) \frac{R_L}{R_{Th} + R_L}$$

og aflíð í  $R_L$  er

$$P_L(t) = \frac{v_o^2(t)}{R_L} = \frac{V_{Th}^2(t)}{R_L} \frac{R_L^2}{(R_{Th} + R_L)^2} = \frac{V_{Th}^2(t) R_L}{(R_{Th} + R_L)^2}$$

Diffurum með tilliti til  $R_L$  og setjum diffurkvótann núll

$$\frac{\partial P_L(t)}{\partial R_L} = 0$$

16

## Hámarksafflutningur

$$V_{\text{Th}}^2 \frac{(R_L + R_{\text{Th}})^2 - R_L 2(R_L + R_{\text{Th}})}{(R_L + R_{\text{Th}})^4} = 0$$

eða

$$R_L^2 + 2R_L R_{\text{Th}} + R_{\text{Th}}^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{\text{Th}} = 0$$

eða

$$R_{\text{Th}}^2 - R_L^2 = 0$$

og

$$R_{\text{Th}} = R_L$$

17

## Hámarksafflutningur

Hámarksafflið verður þá

$$(P_L(t))_{\text{max}} = \frac{v_o^2}{R_L} = \frac{V_{\text{Th}}^2}{4R_{\text{Th}}}$$

kallað mesta fánlegt afl og það er fánlegt aðeins ef **álagsviðnámið**  $R_L$  er **aðhæft** að rásinni.

⇒ Dæmi 5.8.

18

## Frekara lesefni

Thévenin og Norton rásir eru ræddar í köflum 4.10 og 4.11 og hámrkun afflutnings og aðhæfing í kafla 4.12 hjá Nilsson and Riedel (2004). Sambærileg umræða er í köflum 5 og 6 í DeCarlo and Lin (2001) og köflum 2.1 – 2.5 hjá Scott (1987).

## References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2004). *Electric Circuits* (7 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.

Scott, D. E. (1987). *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*. New York: McGraw-Hill.

19