

Greining rása:

Grunnhugtök

Kaffi 1

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

1. vika 2007

1

Inngangur

- Í þessu námskeiði greinum við línulegar rafrásir
- Rás er samtenging rásaeyninga, sem meðhöndla orku eða upplýsingar
- Mikilvægur eiginleiki línulegrar rásar er að útslag útmerkis er í réttu hlutfalli við útslag innmerkis
- Greining rása veitir undirstöðu fyrir nokkur meginsvið rafmagnsverkfræðinnar: rafeindatækni, raforkukerfi, fjarskiptafræði og stýritækni
- Fyrst verða innleidd helstu hugtök sem notuð eru í rafmagnsfræði

2

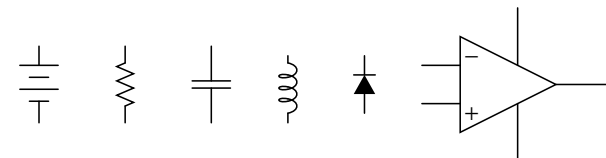
Grunnhugtök

- **Hleðsla** er rafeiginleiki efnis.
- Efnið samanstendur af **frumeindum**.
- Frumeindir eru jákvætt hlaðnar róteindir og óhlaðnar nifteindir sem eru umvafðar skýi af neikvætt hlöðnum rafeindum.
- Hleðsla einnar rafeindar er -1.6×10^{-19} Coulomb.
- Við notum táknið $q(t)$ til að tákna hleðslu sem tiltekið efnismagn hefur á hverjum tíma.
- **Leiðari** er efni, venjulega málmur, þar sem rafeindir geta flust til nálæggra frumeinda tiltölulega auðveldlega.
- **Rásir** eru orku eða merkis/upplýsinga gjörvar sem samanstanda af tengingum á einingum eða tólum.

3

Grunnhugtök - Rásaeyningar

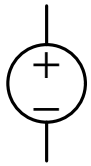
- Meðhöndlun orku eða upplýsinga fer fram um tímaháð merki sem kölluð eru **spenna** og **straumur**
- Samspil **rásaeyninga** breytir merkinu í nýjar spennur og strauma
- Dæmi um rásaeyningar eru, **rafhlaða**, **viðnám**, **þéttir**, **spóla**, **tvistur** og **aðgerðamagnari**



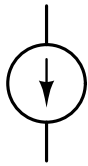
4

Grunnhugtök - Rásaeiningar

- Eining kölluð **lind** framkallar spennu eða straum sem stendur fyrir tilteknar upplýsingar.



Jafnspennulind



Straumlind

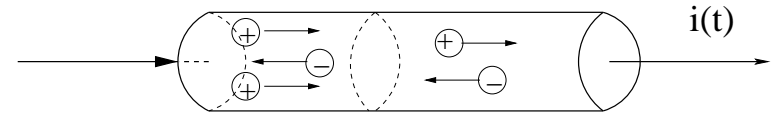


Riðspennulind

5

Grunnhugtök - Straumur

- Straumur.** Þegar hlaðnar agnir flytjast í gegnum yfirborð, t.d. þverskurð leiðara, þá nefnist heildar hleðslutilfærsla á tímaeiningu, straumur.



- Straumur hefur eininguna A (Amper)
- 1 A samsvarar flutningi 1 C hleðslu á 1 sekúndu

6

Grunnhugtök - Straumur

- Við notum táknið $i(t)$ fyrir straum
- Samkvæmt skilgreiningunni hér að ofan er

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

og

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

7

Grunnhugtök - Orka

- Orka.** Eitt af grundvallarlögmálum eðlisfræðinnar er lögmálið um varðveislu orkunnar.
- Orka myndast hvorki né eyðist, hún breytir aðeins um form.
- Raforka getur til dæmis orðið til úr efnaorku (rafhlaða) eða vélrænni orku (vatnsaflshverfill).
- Orka hefur eininguna J (Joule).
- Við notum táknið $w(t)$ fyrir orku (vinnu).

8

Grunnhugtök - Spenna

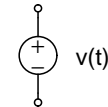
- **Spenna.** Ef vinna er framkvæmd á hleðslu, þá kallast hlutfall orkubreytingar og hleðslubreytingar, spenna
- Spenna hefur eininguna V (Volt).
- 1 V samsvarar 1 J vinnu framkvæmdri á 1 C hleðslu.
- Við notum táknið $v(t)$ fyrir spennu.
- Samkvæmt skilgreiningu er

$$v(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)}$$

9

Rásaeiningar - Spennulindir

- **Óháð spennulind:** Óháð kjörspennulind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum spennunum milli póla sinna, óháð straumnum sem fer um hana.

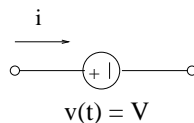
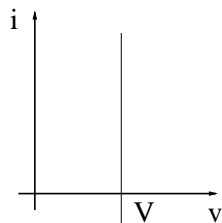


- Spennunumur er jákvæður reiknað frá mínuspól til plúspóls, þ.e. spennuhækkun.
- Ef spennan $v(t)$ er jákvæð þá er spennan á plúspólnum hærrí en spennan á mínuspólnum, sem nemur stærðinni $v(t)$.
- Þessi spennulind er kjörspennulind því að í raunveruleikanum getur jafnvel fullkomnasta spennulind ekki haldið ákveðinni spennu alveg óháð straumnum sem um hana fer.

10

Rásaeiningar - Spennulindir

- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörspennulind

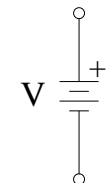


- Ef lindin er tengd við rás ákvarðast stærð og stefna straumsins $i(t)$ af rásinni
- Spennulind með 0 V spennu heldur báðum pólum sínum við sömu spennu, óháð straumnum sem um hana fer. Hún er þá jafngild fullkomnum leiðara.

11

Rásaeiningar - Spennulindir

- Ekki er hægt að tengja fullkominn leiðara milli póla spennulindar (nema 0 V). Þetta er kallað **skammhlaup**.
- Spennulindin tryggir spennunum milli pólanna en skammhlaupið tryggir sömu spennu, sem leiðir til mótsagnar.

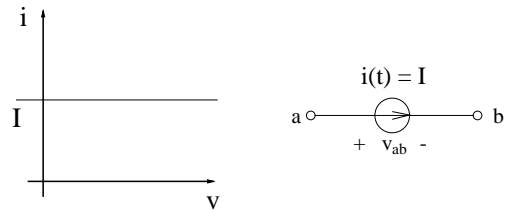


- Ef spenna lindar breytist ekki sem fall af tíma kallast hún **jafnspennulind**

12

Rásaeiningar - Straumlindir

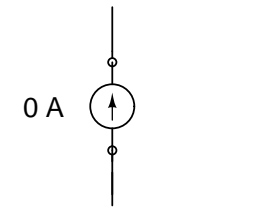
- **Óháð straumlind:** Óháð kjörstraumlind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum straum í gegnum sig, óháð spennumuninum milli póla hennar.
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörstraumlind



- Ef straumlindin er tengd við rás þá ákvarðast stærð og stefna spennunnar v_{ab} af rásinni

13

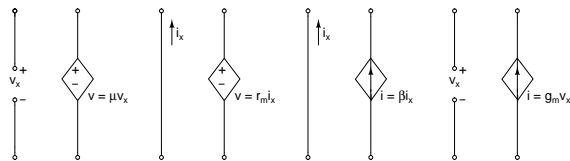
Rásaeiningar - Straumlindir



- Straumlind með 0 A straum hleypir engum straum í gegnum sig, óháð spennunni yfir hana og er jafngild **ópinni rás**
- Straumlind getur aldrei verið ótengd, því eitthvert verður straumurinn að fara

14

Rásaeiningar - Stýrðar lindir

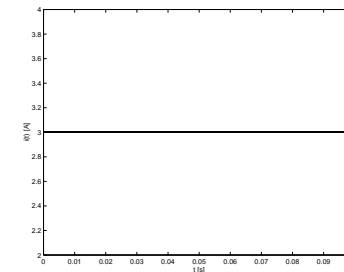


- **Stýrðar lindir.** Til eru fjórar tegundir stýrðra lindra, þ.e. lindir þar sem lindarspennan eða - straumurinn er háð einhverri breytu (spennu eða straum) annarsstaðar í rásinni. Þær eru
 - spennustýrð spennulind
 - straumstýrð spennulind
 - spennustýrð straumlind
 - straumstýrð straumlind

⇒ Dæmi 1.1.

15

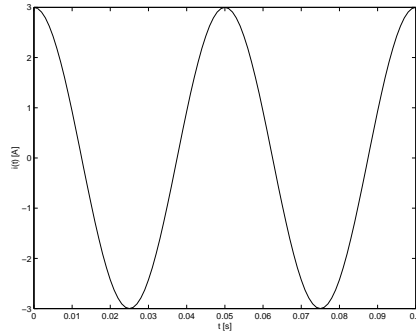
Einingar og tákn



- Ef kraftur sem færir hleðslu um leiðara er fasti þá er straumurinn $dq/dt = I$ fasti
- Slíkur straumur er nefndur **jafnstraumur**

16

Einingar og tákn



- **Riðstraumur** er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

17

Einingar og tákn

Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

þar sem

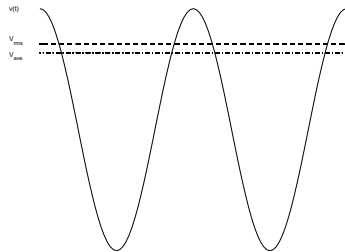
- I_o er útslag merkisins
- ω er horn tíðni
- t er tími
- ϕ er fasahorn

Venjulega notum við litla stafi til að tákna stærðir sem breytast með tíma (v, i, q), en stóra stafi til að tákna fastar stærðir (V, I, Q)

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

18

Einingar og tákn



Virkt gildi (rms) straumsins $i(t)$ er

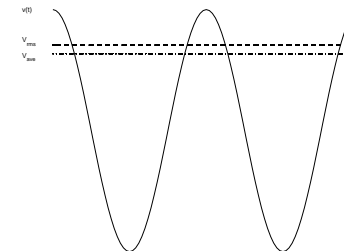
$$\text{rms gildi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \text{útslag} = 0.7071 \times I_o$$

eða

$$I_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_o$$

19

Einingar og tákn



Meðalgildi straumsins er

$$I_{\text{ave}} = \frac{I_o}{T} \int_0^T |\sin(\omega\tau)| d\tau = \frac{2}{\pi} I_o$$

þar sem T er **lota merkisins** $T = 2\pi/\omega$.

20

Riðstraumur og jafnstraumur í MATLAB:

```
%  
% Riðstraumur  
%  
t=0:0.001:0.1; fre = 2 * pi * 20; phi = 0.5 * pi; IO = 3;  
i = IO * sin(fre * t + phi);  
figure(1)  
plot(t,i)  
xlabel('t [s]');  
ylabel('i(t) [A]');  
print -deps 'rid.eps'  
%  
% Jafnstraumur  
%  
I = 3 * ones(length(t));  
figure(2)  
plot(t,I)  
xlabel('t [s]');  
ylabel('i(t) [A]');  
print -deps 'jafn.eps'
```

21

Einingar og tákn

Einingakerfið sem notað er er SI-kerfið

- joule

$$1 \text{ J} = \text{Nm}$$

- watt

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

- volt

$$1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

- ampere

$$1 \text{ A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}}$$

22

Einingar og tákn

Einingakerfið sem notað er er SI-kerfið

- ohm

$$1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

- farad

$$1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}}$$

- henry

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

23

Eðlisviðnám

- Sá eiginleiki efnis að hindra straum sem um það fer er nefnd **eðlisviðnám** og táknud með ρ .
- Einangrarar hafa hátt eðlisviðnám
- Leiðarar hafa lágt eðlisviðnám

Efni	Eðlisviðnám [$\Omega \text{ cm}$]
Kísill	2.3×10^5
Kolefni	4×10^{-3}
Ál	2.7×10^{-6}
Kopar	1.7×10^{-6}
Polystyrene	1×10^{18}

24

Eðlisviðnám

- **Viðnám** er eðliseiginleiki rásaeiningar eða tóls og er táknað með R þar sem

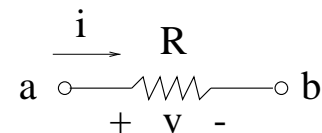
$$R = \frac{\rho L}{A}$$

og A er þverskurðarflatarmál, ρ er eðlisviðnám og L er lengd.

25

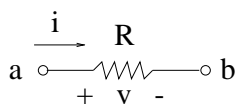
Lögmál Ohms

- Fullkominn leiðari flytur hleðslu án þess að ytri orku þurfi til
- Hins vegar tekur viðnám orku frá sérhverri hleðslueiningu sem um það fer
- Ef straumur fer í gegnum viðnám hlýtur að vera spennunundur milli póla viðnámsins.



26

Lögmál Ohms



- **Viðnám** er skilgreint sem sérhver sú rásaeining þar sem spennunundur milli póla er í réttu hlutfalli við strauminn sem á milli fer. Þetta má rita

$$v = iR$$

sem er nefnt lögmál Ohms

- Viðnám er táknað með R . Einingin fyrir viðnám er Ohm, táknað með

$$\Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

⇒ Dæmi 1.2.

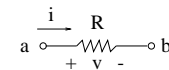
27

Lögmál Ohms

- **Leiðni** er andhverfa viðnáms

$$G = \frac{1}{R}$$

og hefur eininguna S (Siemens) eða mho (\mathcal{U}).

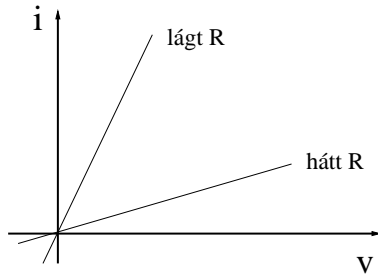


- Viðmiðunarstefnur: Spenna er skilgreind milli einhverra tveggja punkta með + og -
- Spennan er hærri þeim megin sem plúsinn er. Ef punktur a hefur hærri spennu en punktur b þá er v_{ab} jákvæð stærð
- Ef beita á lögmáli Ohms verða straumur og spenna alltaf að vera skilgreind með tengdar viðmiðunarstefnur.

28

Lögmál Ohms

- Ef viðnám er fasti (eins og oftast) er kennilína þess bein lína í $v - i$ plani, sem liggur í gegnum upphafspunktinn og hefur hallatölu $1/R$
- Svona viðnám kallast **línulegt**



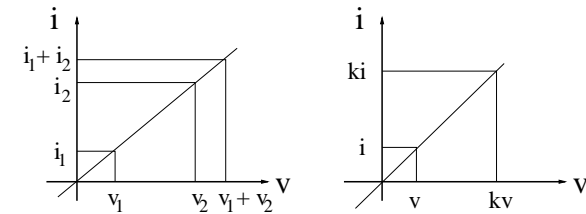
- Ef kennilínan liggur ekki í gegnum upphafspunktinn eða er ekki bein lína þá er viðnámið ekki línulegt

29

Summun og einsleitni

Öll línuleg viðnám hafa tvo mikilvæga eiginleika:

- Summun:** Ef straumur i_1 veldur spennu v_1 og straumur i_2 veldur spennu v_2 , þá veldur straumurinn $i_1 + i_2$ spennunni $v_1 + v_2$, ef viðnámið er línulegt
- Einsleitni:** Ef straumur i veldur spennu v , þá veldur straumurinn ki spennunni kv .



30

fl

Ef bæði $v > 0$ og $i > 0$ þá tapa hleðslur orku við að fara í gegnum rásaeyninguna

- Spenna er skilgreind sem vinna á hleðslueiningu

$$v(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V} \right]$$

- Straumur er skilgreindur sem hleðslutilfærsla á tímaeiningu

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \left[\frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A} \right]$$

31

fl

- Margfeldi straums og spennu er **afl**

$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)} \frac{dq(t)}{dt} = \frac{dw(t)}{dt}$$

$$\left[\text{V A} = \frac{\text{J C}}{\text{C s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} \right]$$

og $p(t)$ er orka á tímaeiningu sem hver hleðslueining lætur í té til rásaeyningarinnar.

- Í viðnámi breytist þetta afl í varma sem geislar út í umhverfið

32

Afl

- Ýmsar rásaeiningar geyma orkuna á einn eða annan hátt.
- Ef $p = vi > 0$ tekur rásaeiningin til sín orku, ef $p < 0$ lætur hún frá sér orku.
- Afl í viðnámi

$$p = vi = (iR)i = i^2R$$

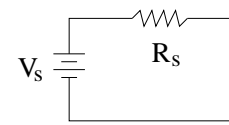
$$p = vi = v \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

⇒ Dæmi 1.3.

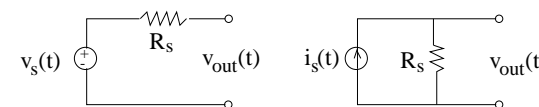
33

Lindir - ekki fullkomnar

- Raunverulegar rafhlöður hafa innra viðnám. Af þessum sökum verður líkan af raunverulegri rafhlöðu að hafa slíkt viðnám raðtengt við fullkomna spennulind

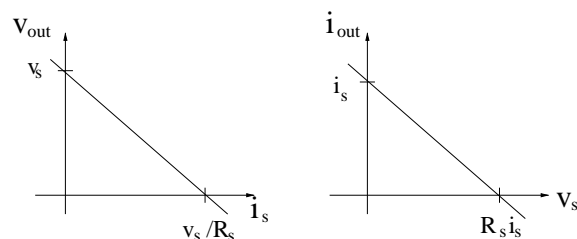


- Raunhæft líkan af spennulind og straumlind sem ekki eru fullkomnar má setja sem



34

Lindir - ekki fullkomnar



Fyrir spennulind

$$v_{out} = v_s - i_s R_s$$

Fyrir straumlind

$$i_{out} = i_s - \frac{v_{out}}{R_s} = i_s - G_s v_{out}$$

35

Frekara lesefni

Í kennslubók námskeiðsins (Nilsson and Riedel, 2004) er fyrsti kafli innangangur að rafmagnsverkfræði þar sem greining rása er skilgreind í tenglum við önnur svið. Þá er þar fjallað um SI einingakerfið og hugtökin spenna og straumur skilgreind. Í köflum 2.1. til 2.4 eru lindir og viðnám skilgreind sem og lögmál Ohms. Oft er gott að skoða aðrar bækur einnig og hér skal bent á að kaflar 1.1 og 1.2 í bók Scott (1987) fjalla um skilgreingar rásaeininga, lögmál Ohms og summun og einsleitni. Þá má einnig benda á kaffa 1 í bók DeCarlo and Lin (2001) sem innangangur að rásagreiningu.

References

- DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.
- Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2004). *Electric Circuits* (7 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.
- Scott, D. E. (1987). *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*. New York: McGraw-Hill.

36