

# Greining rása: Tengdar spólur

## Kaffi 8

Jón Tómas Guðmundsson

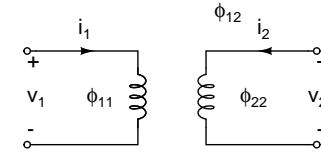
tumi@hi.is

8. vika 2007

1

## Inngangur

Hugsum okkur tvær spólur sem eru nægilega nálægt hvor annarri til að hluti af segulflæði hvorrar spólu fari einnig í gegn um hina.



Köllum  $\phi_{jk}$  flæði í vafi  $j$  vegna straums  $i_k$  í vafi  $k$  og skilgreinum

$$L_{jk} = \frac{n_j \phi_{jk}}{i_k}$$

Margföldum í gegn með  $i_k$  og diffrum með tilliti til tíma

$$L_{jk} \frac{di_k}{dt} = n_j \frac{d\phi_{jk}}{dt}$$

2

Nú er

$$v(t) = n \frac{d\phi}{dt}$$

svo að fyrir spólu (vafi) 1 fæst

$$v_1(t) = n \frac{d(\text{heildarsegulflæði í vafi 1})}{dt}$$

eða

$$v_1(t) = n \frac{d(\phi_{11} + \phi_{12})}{dt} = n_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} + n_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

sem rita má

$$v_1(t) = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Á sama hátt fæst fyrir spólu 2

$$v_2(t) = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

þar sem  $L_{12}$  og  $L_{21}$  er ekki óháðar stærðir.

3

## Gagnspan

Skodum leiðina sem segulflæðið fer þegar það fer um báðar spólurnar.

$\phi_{12}$  mætir vissri segultregðu og  $\phi_{21}$  mætir sömu segultregðu.

Þá hlýtur að gilda

$$\mathcal{R} = \frac{n_1 i_1}{\phi_{21}} = \frac{n_2 i_2}{\phi_{12}}$$

eða

$$\frac{n_1 \phi_{12}}{i_2} = \frac{n_2 \phi_{21}}{i_1}$$

sem jafngildir

$$L_{12} = L_{21} \equiv M$$

Stærðin  $M$  er nefnd **gagnspan** (e. mutual inductance)

4

## Kúplingsstuðull

Nú má rita

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

og  $L_1$  og  $L_2$  eru alltaf jákvæðar stærðir.

Kúplingsstuðullinn  $k$  er skilgreindur sem

$$k \equiv \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Við sjáum að  $k \leq 1$ , og þegar  $k = 1$  fer allt segulflæðið í gegnum báðar spólurnar og við segjum að þær séu fullkomlega kúplaðar.

⇒ Dæmi 8.1.

5

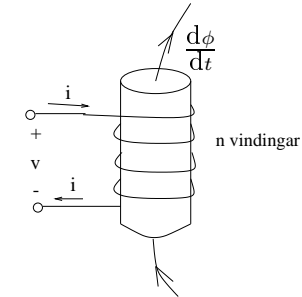
## Lögmál Faradays

Lögmál Faradays

$$v = n \frac{d\phi}{dt}$$

segir aðeins til um stærð en ekki formerki spennunnar.

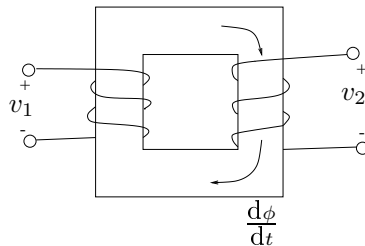
Til að finna formerkið þurfum við mynd



6

## Lögmál Faradays

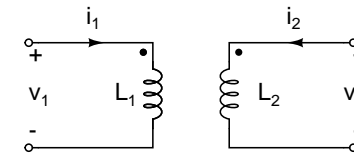
- Sé spennan  $v_2$  þannig að  $i_2$  sé vaxandi þá veldur hann segulflæðiaukningu  $d\phi/dt$  í þá átt sem myndin sýnir
- Þessi segulflæðiaukning spanar jákvæða spennu  $v_1$  svo að  $M > 0$



- Þetta er táknad með punktum: Spenna sem lögð er yfir annað vafið með plúsinn punktmeginn spanar spennu í hinu vafinu sem einnig hefur plúsinn punktmeginn

7

## Lögmál Faradays

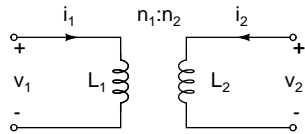


- Straumar sem flæða inn í punktmerktu pólana vinna með flæðinu  $\phi$  sem fer í gegnum bæði vöfin
- Séu fleiri en tvær spólur kúplaðar saman þarf nýja merkingu fyrir hvert par af spólum

⇒ Dæmi 8.2.

8

## Kjörspennir



**Kjörspennir** er líkan af raunverulegum spenni. Hann er fullkominn (og óraunverulegur) að þrennu leyti

1. Í honum tapast engin orka
2. Kúplingin er fullkomin, þ.e.  $k = 1$
3. Sjálfspan beggja spóla,  $L_1$  og  $L_2$  er óendanlegt

9

## Kjörspennir

Þá má rita

$$v_1 = n_1 \frac{d\phi_1}{dt} \quad \text{og} \quad v_2 = n_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

og þar sem  $k = 1$  þá er

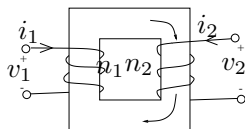
$$\phi_1 = \phi_2$$

og

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

10

## Kjörspennir



Í segulrásum samsvarar  $\phi$  straum og  $ni$  samsvarar spennu. Því gildir fyrir kjörspenni

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \phi \mathcal{R} = 0$$

Fyrir kjörspenni er því  $\mathcal{R} = 0$  ( $\mu \rightarrow \infty$ )

Því má rita

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1}$$

Sjálfspan spólanna er  $L_{1,2} \propto \mu$  svo að nú er  $L_1 = L_2 = \infty$

Í kjörspenni tapast ekkert afl

11

## Kjörspennir

Ritum

$$v_1 n_2 = v_2 n_1 \quad \text{og} \quad \frac{i_1}{n_2} = -\frac{i_2}{n_1}$$

Margföldum jöfnurnar saman og fáum

$$v_1 n_2 \frac{i_1}{n_2} = v_2 n_1 \left( -\frac{i_2}{n_1} \right)$$

eða

$$v_1 i_1 = -v_2 i_2$$

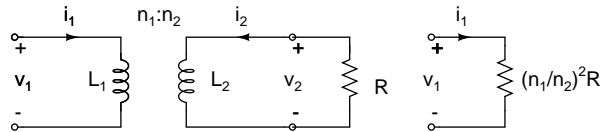
sem jafngildir

$$p_1 = -p_2$$

sem þýðir að allt afl sem fer inn á vafi 1 fer út úr vafi 2, þ.e. ekkert afl tapast

12

## Kjörspennir



- Í kjörspenni má líta á annað vafið sem háspennuvaf með marga vindinga og lágan straum og hitt vafið sem lágspennuvaf með fáa vindinga en háan straum
- Gildi viðnáms sem tengt er yfir **bakvaf** spennis virðist séð frá **forvafinu** vera  $(n_1/n_2)^2$  stærra en það er

13

## Kjörspennir

- Hér gildir

$$-i_2 = \frac{v_2}{R}$$

en

$$i_1 = -\frac{n_2}{n_1} i_2 = \frac{n_2}{n_1} \frac{v_2}{R}$$

og

$$v_2 = v_1 \frac{n_2}{n_1}$$

eða

$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} \frac{n_2}{n_1} \frac{v_1}{R} = \frac{v_1}{R} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

- Viðnámið sem lind sem tengd er inn á forvafið sér er

$$\frac{v_1}{i_1} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 R$$

14

## Kjörspennir

⇒ Dæmi 8.3.

⇒ Dæmi 8.4.

⇒ Dæmi 8.5.

15

## Frekara lesefni

Um gagnspan og spenna er fjallað í köflum 6.4 og 6.5 í kennslubókinni (Nilsson and Riedel, 2004).

Spennar eru viðfangsefni kafla 18 hjá DeCarlo and Lin (2001).

## References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2004). *Electric Circuits* (7 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.

16