

Greining rása:

Aflreikningur fyrir æstæða svörun

Kafi 13

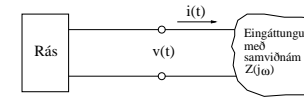
Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

14. vika 2008

1

Augnabliksafl og meðalaf



- Höfum áður skilgreint **augnabliksafl**

$$p(t) = v(t)i(t)$$

- Þegar sínuslaga innmerki með horntíðni ω er fætt inn á línulega rás verða allir straumar og spennur í rásinni sínuslaga með sömu horntíðni
- Gerum ráð fyrir að

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

og

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

2

Augnabliksafl og meðalaf

- Þá verður augnabliksafl

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

eða

$$p(t) = \underbrace{\frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{fasti}} + \underbrace{\frac{V_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)}_{\text{tvöföld horntíðni}}$$

3

Augnabliksafl og meðalaf

- Önnur mikilvæg stærð er meðalaf P eða P_{ave} sem er skilgreint sem meðalgildi augnabliksafls $p(t)$ yfir tiltekið tímabil $[t_1, t_2]$ þar sem $t_2 - t_1 = T$
- Skilgreinum meðalaf

$$P_{\text{ave}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

eða

$$P_{\text{ave}} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_z)$$

4

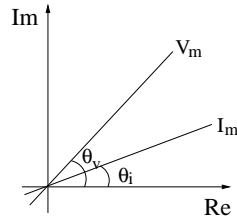
Augnabliksafl og meðalafli

- Hér er

$$\theta_Z = \theta_v - \theta_i$$

horn samviðnámsins $Z(j\omega)$ við raunás

- Ef $Z(j\omega) = R$ þá er $\theta_Z = 0$

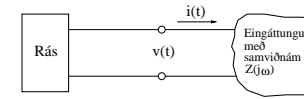


- Getum einnig skrifað

$$P_{ave} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_i - \theta_v)$$

5

Augnabliksafl og meðalafli



- Ef við höfum samviðnámi

$$Z = R + jX$$

þá er

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{Z}\mathbf{I} = (R + jX)\mathbf{I} \\ &= \underbrace{R\mathbf{I}}_{\text{í fasa við } \mathbf{V}} + \underbrace{jX\mathbf{I}}_{\text{90° úr fasa við } \mathbf{V}} \end{aligned}$$

- Einfalt er að sýna fram á að

$$P_{ave} = |I_{rms}| \times |RI_{rms}| = |I_{rms}|^2 R$$

vegna þess að launviðnámi tekur ekkert meðalafli til sín

6

Augnabliksafl og meðalafli

- Á sama hátt gildir

$$P_{ave} = |V_{rms}| \times |GV_{rms}| = |V_{rms}|^2 G$$

- Skilgreinum meðalafli sem

$$\text{sýndarafli} \times \text{afstuðull}$$

eða

$$P_{ave} = S \times \text{pf}$$

7

Augnabliksafl og meðalafli

- Afstuðull er skilgreindur

$$\text{pf} = \frac{P_{ave}}{S} = \frac{\text{raunafli}}{\text{sýndarafli}}$$

þar sem

$$S = V_{rms} I_{rms}$$

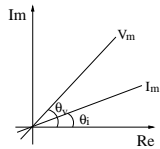
og

$$\text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_Z)$$

- Afstuðullinn er þess vegna cosínus af horninu á milli spennuvísins \mathbf{V} og straumvísins \mathbf{I}

8

Augnabliksafl og meðalafll



- Það að þekkja afstuðulinn segir ekki allt um hornið þar eð

$$\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_i - \theta_v)$$

- Til að lýsa þessu horni er talað um seinkaðan afstuðul ef straumur er á eftir spennu eða álag sé span, og flýttan afstuðul ef straumur er á undan spennu og álag rýmd
- **Launafl** (e. reactive power) er þverhluti afsins (meðalafll vegna þverhluta er núll)

9

Augnabliksafl og meðalafll

- Höfum sýndarafl

$$S = P + jQ$$

þá er fyrir

$$v(t) = \sqrt{2}V_{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_v)$$

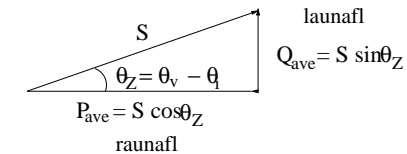
$$i(t) = \sqrt{2}I_{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_i)$$

launaflíð

$$Q = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

eða

$$Q = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \sin(\theta_Z)$$



10

Lotubundin merki

- Sum merki endurtaka sig á T sekúndna fresti
- Hver heil endurtekning kallast ein sveifla merkisins eða bylgjuformsins og tímalengd hvefrrar sveiflu er lotan T
- Mekin eru þess vegna sögð vera lotubundin
- Raunveruleg lotubundin föll eru til og lotubundin fyrir öll t ($-\infty < t < \infty$)
- Ef lotubundin straumur i streymir í gegnum viðnám R þá hitnar viðnámið; það tapast í hverri lotu ákveðin orka
- En hvaða gildi á jafnstraum, I_{dc} , veldur jafnmiklu orkutapi?
- Sá straumur kallast **virkt gildi lotubundna straumsins**; þ.e stærð þess jafnstraums sem veldur jafnmiklu aftapi í viðnáminu eins og lotubundni straumurinn

11

Lotubundin merki

- Orkan sem viðnámið R fær í hverri lotu er

$$W_p = \int_{t_1}^{t_2} i_p^2(t) R dt$$

þar sem $t_2 - t_1 = T$ er lotan

- Á sama tíma T gefur jafnstraumurinn orkuna

$$W_{\text{dc}} = \int_{t_1}^{t_2} I_{\text{dc}}^2(t) R dt = I_{\text{dc}}^2 R \int_{t_1}^{t_2} dt$$

eða

$$W_{\text{dc}} = I_{\text{dc}}^2 R [t]_{t_1}^{t_2} = I_{\text{dc}}^2 R (t_2 - t_1) = I_{\text{dc}}^2 RT$$

- Þegar $W_p = W_{\text{dc}}$ þá er

$$I_{\text{dc}}^2 RT = \int_{t_1}^{t_2} i_p^2(t) R dt$$

12

Augnabliksafl og meðalafll

- Þar með er virkt gildi straumsins (e. root-mean-square)

$$I_{\text{dc}} = \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} i_p^2(t) dt \right)^{1/2} \equiv I_{\text{rms}}$$

- Á sma hátt er vikt gildi spennunnar skilgreint

$$V_{\text{rms}} \equiv \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} v_p^2(t) dt \right)^{1/2}$$

⇒ Dæmi 13.1.

⇒ Dæmi 13.2.

Frekara lesefni

Afleiðingar fyrir æstæð sínusmerki eru ræddir í kafla 10 í Nilsson and Riedel (2007) og í kafla 11 hjá DeCarlo and Lin (2001).

References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2007). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.