

Greining rása:

Jafngildisrásir

Kaffi 5

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

5. vika 2008

1

Hlutfallseiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás þegar ein óháð lind vinnur sem inntak þá er úttakið í hlutfalli við þetta eina inntak
- Einnig ef þetta eina inntak er margfaldað með fasta k þá er úttakið einnig margfaldað með fasta k .

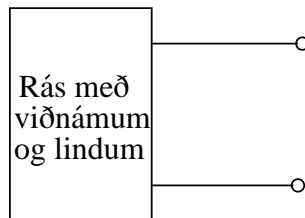
Samlagningareiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás með fleiri en eina óháða lind, þá má reikna úttak (spennu eða straum) í rás með því að leggja saman tillegg óháðu lindanna hvernar fyrir sig þegar hinar lindirnar eru núllstilltar.

⇒ Dæmi 5.1. ⇒ Dæmi 5.2.

2

Reglur Thévenin og Norton

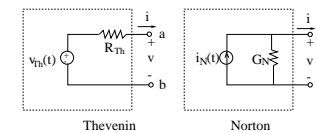


- Tveggja póla rásir (tvíþólar) eru kallaðar jafngildar miðað við pólana (a-b) ef sami straumur streymir inn í báðar rásir þegar sama spenna er á milli pólanna; eða öfugt.
- Dæmi um slíkar jafngildisrásir eru jafngildisviðnám fyrir hliðtengingar og raðtengingar viðnáma.

3

Reglur Thévenin og Norton

- Thévenin og Norton sýndu fram á að rás sem inniheldur línuleg viðnám og lindir (spennu eða straum, stýrðar eða óháðar) hefur jafngildisrás á forminu:



- Rásin getur innihaldið eins margar lindir og vera skal. Ef sama ytri rásin er tengd við pólana a og b þá fæst alls staðar sami straumur i og sama spenna v .
- Til að finna v_{Th} , R_{Th} , i_N og R_N höfum við rásirnar fyrst ótengdar (ytra viðnám $R = \infty$). Þá er augljóst að $i = 0$ og spennurnar eru þær sömu.

4

Reglur Thévenin og Norton

- Köllum spennuna V_{oc} **tómgangsspennuna**. Sjáum að

$$V_{oc} = V_{Th} = I_N R_N$$

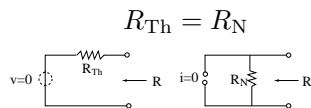
- Síðan skammhleypum við milli póla a og b (ytra viðnám $R = 0$). Þá er $v = 0$ og straumarnir hljóta að vera þeir sömu.

- Köllum strauminn I_{sc} **skammhlaupsstraum**.

- Sjáum að

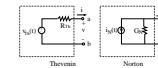
$$I_{sc} = I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

- Berum saman ofangreindar jöfnur og sjáum að



5

Reglur Thévenin og Norton



1. Spennulindin í Thévenin-rásinni er tómgangsspenna rásrinnar $V_{Th} = V_{oc}$.
2. Straumlindin í Norton-rásinni er skammhlaupsstraumur rásarinnar $I_N = I_{sc}$.
3. Raðtengda viðnámið í Thévenin-rásinni er jafnstórt og hliðtengda viðnámið í Norton-rásinni $R_{Th} = R_N$. Það er oft kallað **útgangsviðnám**.
4. Lögmál Ohms tengir saman tómgangs- spennuna, skammhlaupsstrauminn og útgangsviðnámið

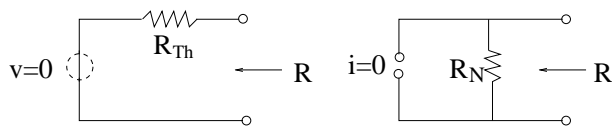
$$V_{oc} = I_{sc} R_{Th} = I_{sc} R_N$$

6

Reglur Thévenin og Norton

- Einnig sjáum við að ef spennulindin í Thévenin-rásinni er núllstillt (skammhlaup) þá er R_{Th} það viðnám sem við sjáum á milli póla.

- Sama gildir um Norton rásina; ef straumlindin er núllstillt (opin rás) þá er R_N það viðnám sem við sjáum á milli póla.



7

Reglur Thévenin og Norton

Fyrir hvaða rás sem er (viðnám og lindir) má finna jafngildis útgangsviðnám:

1. Núllstillta allar óháðar lindir
 - setja skammhlaup fyrir spennulind
 - opna rás fyrir straumlind
2. Finna jafngildisviðnám milli póla.

Algengasta leiðin er að setja 1 A prufustraum inn á rásina (milli póla) og finna hver spennan verður á milli póla. Sú spenna er þá tölulega jafnstór og jafngildisviðnámið, þ.e.

$$R_{Th} = \frac{V_o [V]}{1 [A]} = V_o [\Omega]$$

8

Reglur Thévenin og Norton

- Til að finna Thévenin- og Norton-jafngildisrásir fyrir tiltekna rás er nægilegt að finna tvær af stærðunum þremur R_{Th} , V_{oc} og I_{sc} .
- Athuga ber að Thévenin- og Norton- jafngildisrásir eru aðeins jafngildar miðað við pólana (a og b); þær segja ekkert um hvað gerist inni í rásinni, t.d. afltöp.

⇒ Dæmi 5.3.

⇒ Dæmi 5.4.

⇒ Dæmi 5.5.

9

Reglur Thévenin og Norton

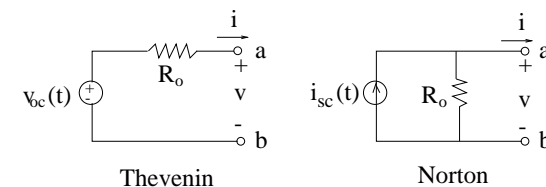
Skoðum nú $I - V$ kennilínur Thévenin- og Norton-rásanna.

Spennan v í Thévenin-rásinni fæst samkvæmt KVL:

$$v = V_{oc} - iR_o$$

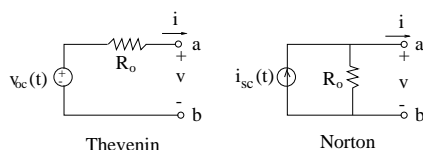
$$i = -\frac{1}{R_o}v + \frac{V_{oc}}{R_o} = -\frac{1}{R_o}v + I_{sc}$$

sem fæst einnig með KCL út frá Norton-rásinni.

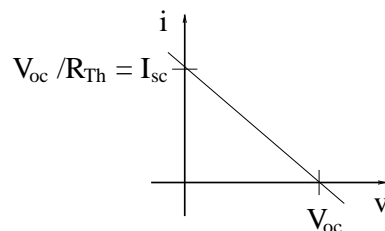


10

Reglur Thévenin og Norton



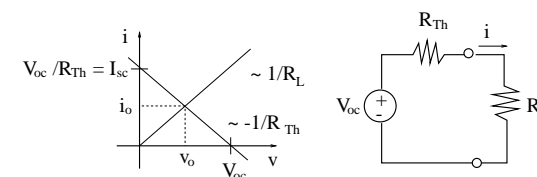
Kennilínan er því bein lína með hallatölu $-1/R_o$ og skurðpunkt við i -ás í $i = I_{sc}$. Það þýðir að fyrir sérhvert gildi á v getur i haft eitt og aðeins eitt gildi (og öfugt).



11

Reglur Thévenin og Norton

Tengjum viðnám milli pólanna á Thévenin- rásinni og teiknum $i - v$ kennilínu viðnámsins inn á sömu mynd og $i - v$ kennilínu Thévenin rásarinnar.



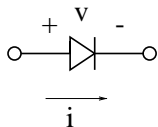
Skurðpunktur línanna segir til um þá spennu og þann straum sem uppfyllir skilyrði beggja rásahluta og er hann jafnframt eina lausnin (v_o, i_o).

⇒ Dæmi 5.6.

12

Tvistar

- Það að nota skurðpunkta kennilína til að finna **vinnupunkt** er mest notað í rafeindatækni þar sem töl eru gjarnan ólínuleg og einfaldast að leysa vandamál með grafískum aðferðum
- Rafeindatólið hefur ólínulega $i - v$ kennilínu. Skurðpunktur við álagslínu gefur straum og spennu
- **Tvistur** er ólínuleg tveggja póla rásaeining sem er mikið notuð í rafrásum
- Við lítum oft á tvist sem nokkurskonar einstefnuloka, sem hleypir straum (viðnámslaust) í aðra áttina en engum í hina.



13

Tvistar

- Þetta er gróf nálgun. Í raunverulegri díóðu verður alltaf eitthvert spennufall þegar hún er **framspennt** og á að virka eins og kjörleiðari; og eins rennur straumur um hana þegar hún er **bakspennt** og á að virka eins og opin rás.



- Samband straums og spennu í raunverulegri pn-díóðu (kísil) er gefin með

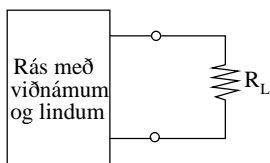
$$i = I_o(e^{19.3V} - 1)$$

þar sem I_o er **mettunarstraumur** eða **lekastraumur** og er mismunandi frá díóðu til díóðu, þó yfirleitt af stærðargráðunni $1 \mu\text{A}$.

⇒ Dæmi 5.7.

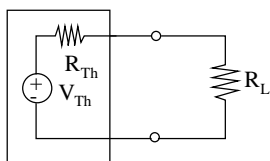
14

Hámarksafflutningur



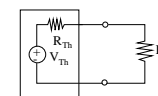
Hvernig á að velja R_L til að hámarka aflíð í R_L ?

Finnum fyrst Thévenin-jafngildisrás fyrir rásina. Finnnum síðan aflíð í R_L , $P_L(t)$, sem fall af R_L .



15

Hámarksafflutningur



Með spennudeilingu fæst að

$$v_o(t) = V_{Th}(t) \frac{R_L}{R_{Th} + R_L}$$

og aflíð í R_L er

$$P_L(t) = \frac{v_o^2(t)}{R_L} = \frac{V_{Th}^2(t)}{R_L} \frac{R_L^2}{(R_{Th} + R_L)^2} = \frac{V_{Th}^2(t) R_L}{(R_{Th} + R_L)^2}$$

Diffurum með tilliti til R_L og setjum diffurkvótann núll

$$\frac{\partial P_L(t)}{\partial R_L} = 0$$

16

Hámarksafflutningur

$$V_{\text{Th}}^2 \frac{(R_L + R_{\text{Th}})^2 - R_L 2(R_L + R_{\text{Th}})}{(R_L + R_{\text{Th}})^4} = 0$$

eða

$$R_L^2 + 2R_L R_{\text{Th}} + R_{\text{Th}}^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{\text{Th}} = 0$$

eða

$$R_{\text{Th}}^2 - R_L^2 = 0$$

og

$$R_{\text{Th}} = R_L$$

17

Hámarksafflutningur

Hámarksafflið verður þá

$$(P_L(t))_{\text{max}} = \frac{v_o^2}{R_L} = \frac{V_{\text{Th}}^2}{4R_{\text{Th}}}$$

kallað mesta fánlegt afl og það er fánlegt aðeins ef **álagsviðnámið** R_L er **aðhæft** að rásinni.

⇒ Dæmi 5.8.

18

Frekara lesefni

Thévenin og Norton rásir eru ræddar í köflum 4.10 og 4.11 og hámrkun afflutnings og aðhæfing í kafla 4.12 hjá Nilsson and Riedel (2007). Sambærileg umræða er í köflum 5 og 6 í DeCarlo and Lin (2001) og köflum 2.1 – 2.5 hjá Scott (1987).

References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2007). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.

Scott, D. E. (1987). *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*. New York: McGraw-Hill.

19