Kjarna- og öreindafræði:

Frumeinda- og kjarneðlisfræði

Kafli 1

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

1. vika haust 2015

Grundvallar agnir

- Kjarni frumeinda samanstendur at **róteindum** (e. proton) og **nifteindum** (e. neutrons)
- Heildarfjöldi róteinda í kjarnanum er **sætistala** (e. atomic number) frumeindarinnar og er táknuð með Z
- Fjöldi nifteinda í kjarnanum er **nifteinda talan** (e. neutron number) sem er táknuð með N
- Heidarfjöldi **kjarneinda** (e. nucleaons), það er róteinda og nifteinda í kjarna er þá $Z + N = A$, þar sem A er nefnt **massatala** frumeindarinnar (e. atomic mass number)
- Samsætur eru táknaðar með

$$ {}^{Z+N}_{Z}\mathrm{X} $$

Massi frumeinda og sameinda

- **Frumeindamassi** (e. atomic weight) frumeindar er skilgreindur sem hlutfall massa hlutlausrar frumeindar og massa hlutlausrar ^{12}C frumeindar, þar sem gert er ráð fyrir að frumeindamassi ^{12}C sé nákvæmlega 12
- Látum $m(^AZ)$ vera massa hlutlausrar frumeindar sem er táknuð með ^AZ og $m(^{12}\mathrm{C})$ er massi hlutlauss ^{12}C
- Þá er frumeindamassi ^AZ, $M(^AZ)$ gefinn með

$$M(^AZ) = 12\frac{m(^AZ)}{m(^{12}\mathrm{C})}$$

Massi frumeinda og sameinda

- Ef γ_i er samsætuhlutfall $i-$tu samsætunnar sem hefur frumeindamassann M_i þá er frumeindamassi frumeindarinnar

$$M = \sum_i \frac{\gamma_i M_i}{100}$$

- Heildarmassi sameindar í hlutfalli við massa hlutlauss ^{12}C er nefndur **sameindamassi** (e. molecular weight)
- Gramma frumeindamassi og gramma sameindamassi eru skilgreindir sem það magn efnis sem hefur massa í grömmum, sem er jafn frumeindamassa eða sameindamassa efnisins. Þetta magn efnis er einnig nefnt mól
- Massi einstakrar frumeindar eða sameindar er reiknaður með því að nota Avogadros töluna

Massi frumeinda og sameinda

- Eitt mól af ^{12}C hefur massa 12 g og inniheldur N_{A} frumeindir svo að

$$m(^{12}\mathrm{C}) = \frac{12}{0.602217 \times 10^{24}} = 1.99264 \times 10^{-23}\ \mathrm{g} = 12\ \mathrm{amu}$$

þar sem

$$1\ \mathrm{amu} = \frac{1}{12} \times 1.999264 \times 10^{-23}\ \mathrm{g} = 1.66 \times 10^{-24}\ \mathrm{g}$$

og

$$m(^{A}Z) = M(^{A}Z) \times \mathrm{amu}$$

Radíi frumeinda og kjarna

- Kjarninn eða frumeindin hafa ekki skörp eða vel skilgreind ytri mörk
- Fyrsta nálgun er það að gera ráð fyrir að kjarninn sé kúla með radía sem gefinn með jöfnunni

$$R = 1.25 \times 10^{-13} A^{1/3}$$

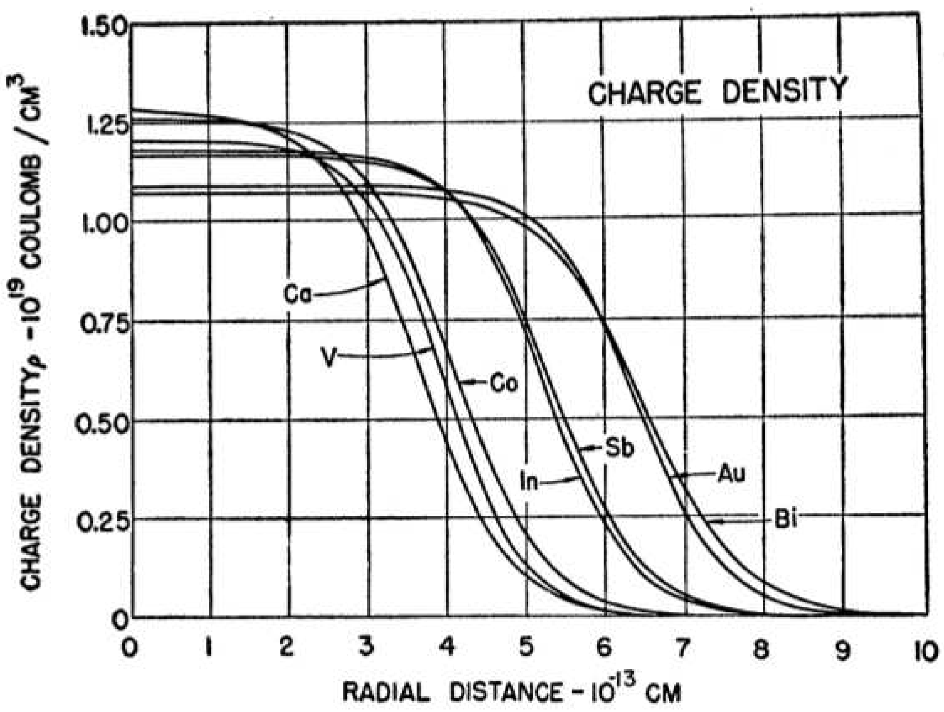
þar sem R er í centimetrum og A er massatala frumeindarinnar

- Þetta segir að

$$V \propto A$$

og að hlutfallið A/V, fjöldi kjarneinda á rúmmálseiningu, er fasti fyrir alla kjarna

Radíi frumeinda og kjarna



Frá Hofstadter (1956)

- Radíar nokkurra kjarna samkvæmt Fermi líkaninu

Radíi frumeinda og kjarna

- Coulomb orkan sem er einsleit í hlaðinni kúlu af radía R er

$$E_{\mathrm{C}} = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R}$$

  þar sem Q er heildarhleðslan í kúlu.

- Fjöldi kjarneinda á rúmmálseiningu er

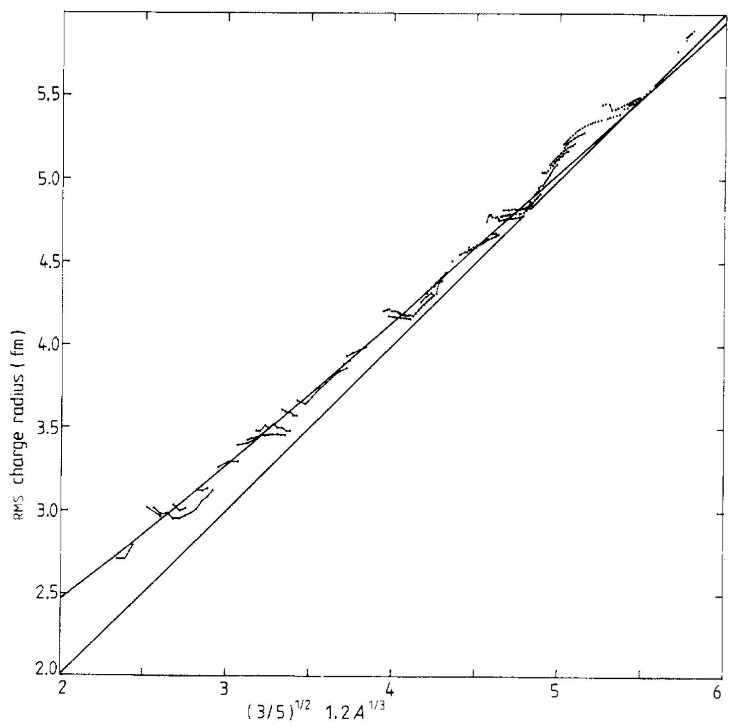
$$\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \sim \text{ fasti}$$

  eða

$$R = R_0 A^{1/3}$$

  og $R_0 \approx 1.2$ fm

Radíi frumeinda og kjarna



Frá Brown et al. (1984)

- Radíi kjarna ákvarðaður með tilraunum, sem fall af $(3/5)^{1/2} 1.2 A^{1/3}$

Massi og orka

- Einstein hélt því fram að

$$E_{\text{rest}} = m_0 c^2$$

- Fyrir hlut á hreyfingu, þá eykst massi hans með tilliti til athuganda samkvæmt

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

þar sem m_0 er hvíldarmassinn (kyrrstöðumassinn) og v er hraðinn

- Heildarorka agnar er gefinn með

$$E_{\text{total}} = mc^2$$

Massi og orka

- Hreyfiorka agnar er þá

$$E = E_{\text{total}} - E_{\text{rest}} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

og þegar $v \ll c$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - \frac{3}{4}\frac{v^4}{c^2} \approx \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

svo að

$$E = m_0c^2 \left[1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1 \right] \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Massi og orka

- Ljóseindir ferðast eingöngu á ljóshraða og heildarorka þeirra er gefin með
$$E = h\nu$$
með
$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$
- Bylgjulengd λ agnar sem hefur skriðþunga p er þá
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
þar sem
$$p = mv$$

Massi og orka

- Líka má rita

$$p = \sqrt{2m_0 E}$$

svo að

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E}} = \frac{2.86 \times 10^{-9}}{\sqrt{E}}$$

þar sem λ er í cm og E er hreyfiorka nifteindar í eV

- Í afstæðilega tilfellinu

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{\mathrm{total}}^2 - E_{\mathrm{rest}}^2}$$

svo að

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_{\mathrm{total}}^2 - E_{\mathrm{rest}}^2}}$$

Massi og orka

- Þegar hvídarmassinn er núll þá er

$$p = \frac{E}{c}$$

og

$$\lambda = \frac{1.24 \times 10^{-4}}{E}$$

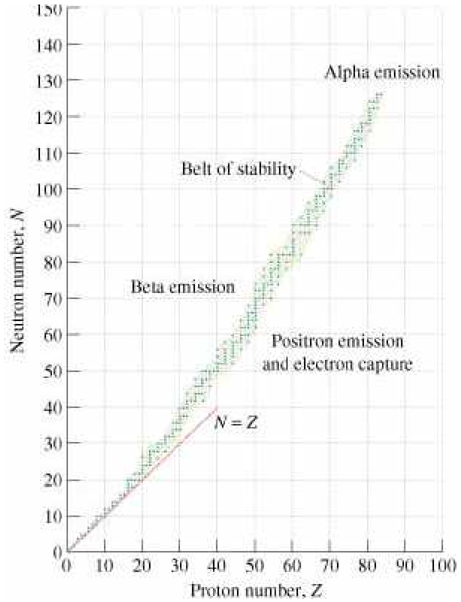
þar sem λ er í centimetrum og E er í eV

Stöðugleiki kjarna og hrörnun

Frá http://www.meta-synthesis.com/

- Graf sem sýnir þekkta kjarna sem fall af frumeindatölu og nifteindatölu er þekkt sem **Segré graf** eða graf kjarneinda

Stöðugleiki kjarna og hrörnun



Frá `http://www.chem.latech.edu/∼upali/chem481/Chem481c1.htm`

- Það eru fleiri nifteindir en róteindir í kjörnum þar sem Z er stærra en um 20, það er fyrir frumeindir handan kalsíns (Ca) í lotukerfinu
- Þessar auka nifteindir eru nauðsynlegar fyrir stöðugleika þyngri kjarna

Stöðugleiki kjarna og hrörnun

- Kjarnar þar sem nifteindir skortir gangast undir β^+ hrörnun
- Í þessu ferli er einni róteind í kjarnanum umbreytt í nifteind og jáeind (e. positron) og fiseind (e. neutrino) er útgeislað
- Fyrir ^{15}O er þetta ritað

$$^{15}\mathrm{O} \xrightarrow{\beta^+} {}^{15}\mathrm{N} + \nu$$

Stöðugleiki kjarna og hrörnun

- Kjarni sem hefur umfram nifteindir hrörnar með β^--hrörnun, og geislar út rafeind og andfiseind
- Í þessu tilfelli breytist nifteindin í róteind og freindatalan eykst um eina einingu
- Fyrir ^{19}O er þetta ritað

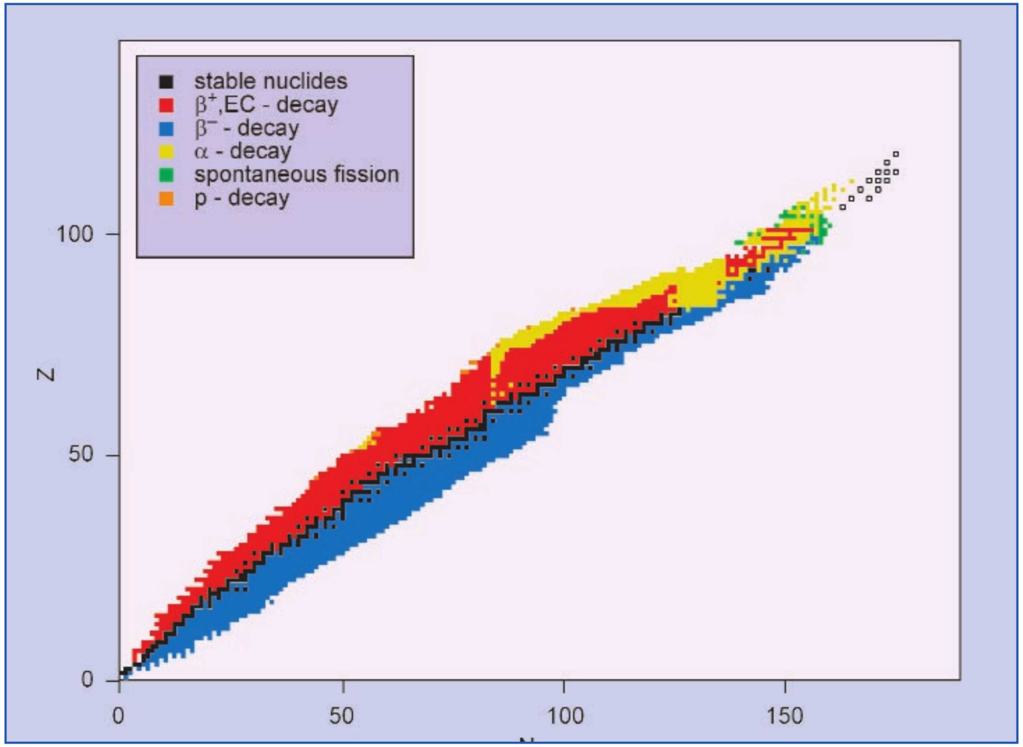
$$^{19}\mathrm{O} \xrightarrow{\beta^-} {}^{19}\mathrm{F} + \overline{\nu}$$

- Hafa ber í huga að við bæði β^+-hrörnun og β^--hrörnun helst massatala frumeindarinnar hin sama.

Stöðugleiki kjarna og hrörnun

- Kjarni þar sem upp á vantar nifteindir getur einnig aukið fjölda nifteinda með **rafeindarhremmingu** (e. electron capture)
- Rafeind af frumeindinni víxlverkar þá við eina róteind kjarnans og nifteind er mynduð með sameiningu
- Þetta veldur því að eyða kemur fram í rafeindaskýinu, sem síðan er fyllt af annarri rafeind – leiðir til útgeislun $\gamma-$geisla
- Enn ein leið er útgeislun á $\alpha-$ögn
- $\alpha-$ögn er mjög stöðugur kjarni samsætunnar ^{4}He

Stöðugleiki kjarna og hrörnun



Frá Mackintosh et al. (2001)

Geislavirkni reikningar

- Hrörnunarfastinn er táknaður með λ
- Ef við tímann t eru $n(t)$ frumeindir sem ekki hafa hrörnað, þá hrörna $\lambda n(t)dt$ frumeindir á tímabilinu dt á milli t og $t + dt$
- Þetta segir að tíðni hrörnunar frumeinda í sýni eru $\lambda n(t)$ sundranir á tímaeiningu
- Þessi hrörnunartíðni er nefnd **virkni** (e. activity) sýnisins og er táknuð með α
- Virkni við tímann t er gefin með

$$\alpha(t) = \lambda n(t)$$

  og er sögulega gefin í einingunni curies þar sem eitt curie er táknað með Ci og er skilgreint sem 3.7×10^{10} sundranir á sekúndu

Geislavirkni reikningar

- Í SI einingum þá er notuð einingin becquerel, Bq, sem er gefið í sundrunum á sekúndu

$$1 \text{ Bq} = 2.703 \times 10^{-11} \text{ Ci}$$

- Þạr sem $\lambda n(t)dt$ kjarnar hrörna á tímabilinu dt fylgir fækkun í fjölda óhrörnaðra kjarna í sýninu á tímabilinu dt er

$$-dn(t) = \lambda n(t)dt$$

- Þessa jöfnu má tegra til að finna

$$n(t) = n_0 \exp\left(-\lambda t\right)$$

og að virknin er

$$\alpha(t) = \alpha_0 \exp\left(-\lambda t\right)$$

Geislavirkni reikningar

- Tíminn sem það tekur virknina að falla um helming er þekkt sem helmingunartími

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

þannig að

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}}$$

Geislavirkni reikningar

- Ef kjarntegundin (e. nuclide) er framleiddur með föstum hraða R frumeindir/s þá er breyting í fjölda frumeinda kjarntegundarinnar á tímabilinu dt gefin með

$$dn = -\lambda n dt + R dt$$

og

$$n(t) = n_0 \exp(-\lambda t) + \frac{R}{\lambda}(1 - \exp(-\lambda t))$$

og virknin

$$\alpha(t) = \alpha_0 \exp(-\lambda t) + R(1 - \exp(-\lambda t))$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.2.

Kjarnahvörf

- Í hvarfinu

$$a + b \longrightarrow c + d$$

  er nægjanlegt að skoða fjögur grundvallarlögmál

  – varðveisla kjarneinda

  – varðveisla hleðslu

  – varðveisla skriðþunga

  – varðveisla orku

- Með varðveislu orku fylgir að

$$E_a + E_b + M_a c^2 M_b c^2 = E_c + E_d + M_c c^2 + M_d c^2$$

Kjarnahvörf

- Þetta má rita

$$(E_c + E_d) - (E_a + E_b) = [(M_a + M_b) - (M_c + M_d)]\, c^2$$

eða

$$Q = [(M_a + M_b) - (M_c + M_d)]\, c^2$$

- Þegar Q er jákvæð þá er aukning í hreyfiorku agnanna. Slík hvörf eru sögð **útverminn** eða **varmagæf** (e. exothermic)

- Þegar Q er neikvætt er hvarfið sagt **innvermið** eða **varmadrægt** (e. endothermic)

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.3.

Kjarnahvörf

- Massi allra kjarna er aðeins minni en summa massa nifteinda or róteinda sem kjarninn samanstendur af
- Þessi massarýrð fyrir tiltekinn kjarna er þá

$$\Delta = ZM_{\mathrm{p}} + NM_{\mathrm{n}} - M_A$$

- Þegar Δ er gefið í orkueiningu svarar það til þeirrar orku sem nauðsynleg er til að brjóta kjarnan upp í kjarneindir sínar

Kjarnahvörf

- Þetta segir

$$Q = [\mathrm{BE}(c) + \mathrm{BE}(d)] - [\mathrm{BE}(a) + \mathrm{BE}(b)]$$

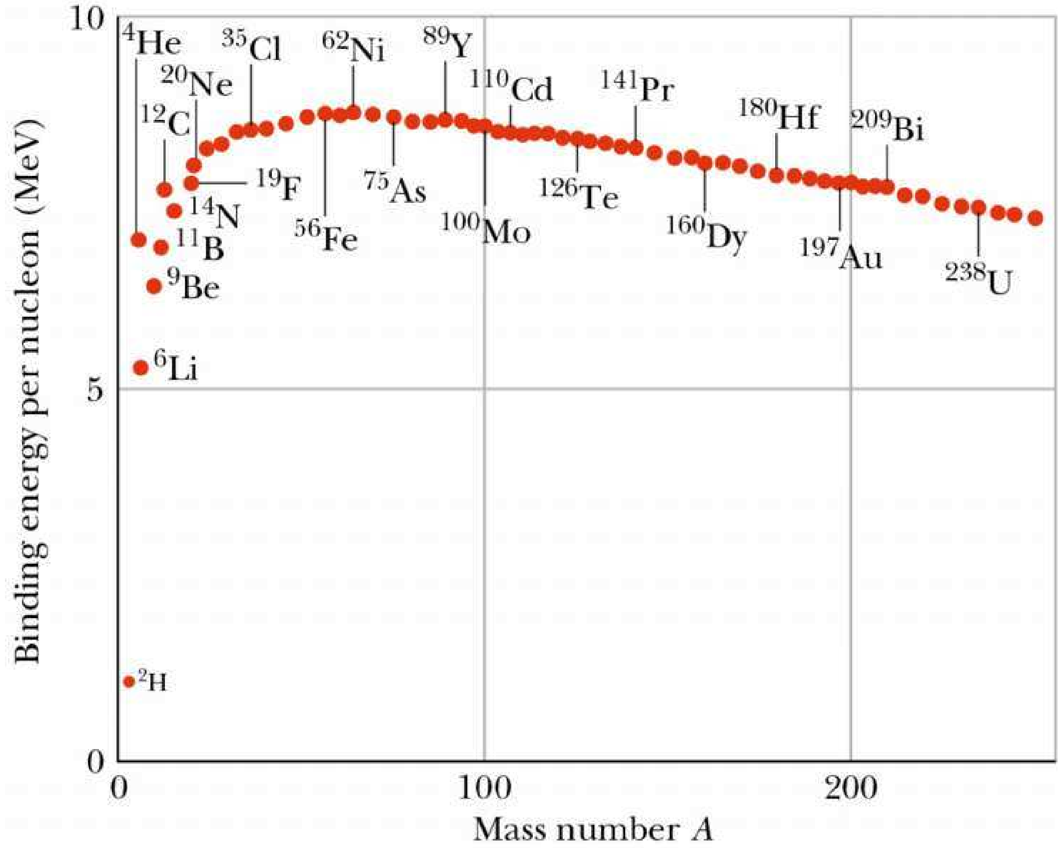
og aðskilnaðar orkan

$$E_s = \left[M_{\mathrm{n}} + M({}^{A-1}Z) - M({}^{A}Z)\right] c^2$$

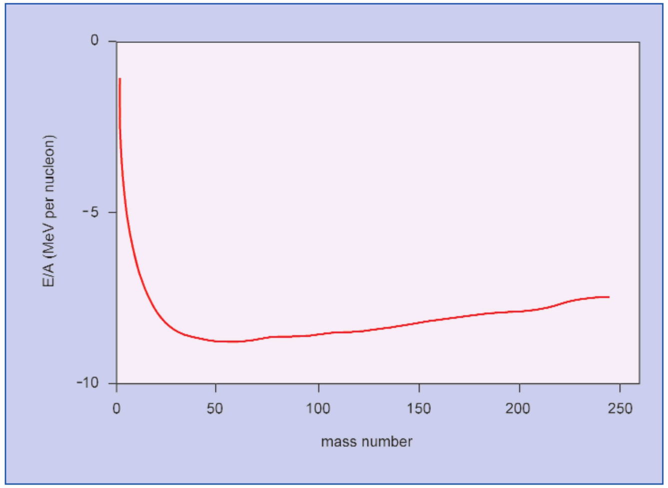
sem er orkan sem er nægjanleg til að fjarlægja nifteind frá kjarnanum

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.4.

Kjarnahvörf



Kjarnahvörf



Frá Mackintosh et al. (2001)

- Almennt má segja að því meiri sem munur er á fjölda nifteinda og róteinda er í kjarnanum, því styttri er helmingunartíminn
- Því meiri sem útgeisluð orka er því hraðar gengur útgeislunin og helmingunartíminn er styttri
- Stöðugustu kjarnarnir eru við botn ferilsins

Gös, vökvar og þéttefni

- Gas lögmálið segir

$$pV = nRT$$

eða

$$p = NkT$$

þar sem N er frumeindaþéttleiki

$$N = \frac{\rho N_{\mathrm{A}}}{M}$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.5.

Gös, vökvar og þéttefni

- Meðaleðlismassi $i-$ta þáttarins er

$$\rho_i = \frac{w_i \rho}{100}$$

og w_i er massahlutfall w/o og frumeindaþéttleiki þessa þáttar er

$$N_i = \frac{w_i \rho N_{\mathrm{A}}}{100 M_i}$$

og

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{100} \sum \frac{w_i}{M_i}$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.6.

Frekari upplýsingar

- Þessi kafli er að mestu byggður á kafla 2 hjá Lamarsh (1983) og að einhverju leyti á kafla 3 hjá Krane (1988).

Heimildir

Brown, B. A., C. R. Bronk, and P. E. Hodgson (1984). Systematics of nuclear RMS charge radii. *Journal of Physics G: Nuclear Physics 10*(12), 1683–1701.

Hofstadter, R. (1956). Electron scattering and nuclear structure. *Reviews of Modern Physics 28*(3), 214–254.

Krane, K. S. (1988). *Introductury Nuclear Physics*. New York: John Wiley & Sons.

Lamarsh, J. R. (1983). *Introduction to Nuclear Engineering* (2 ed.). Reading, Massachusets: Addison Wesley.

Mackintosh, R., J. Al-Khalili, B. Jonson, and T. Pena (2001). *Nucleus: A Trip Into the Heart of Matter*. Baltimore, Maryland: The Johns Hopkins University Press.