Mælitækni I:

Jafngildisrásir búta

Kafli 6

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

6. september 2007

Eiginleikar búta

Nær ómögulegt er að framleiða búta sem hafa aðeins einn eiginleika, viðnám rýmd eða span.

Til dæmis:

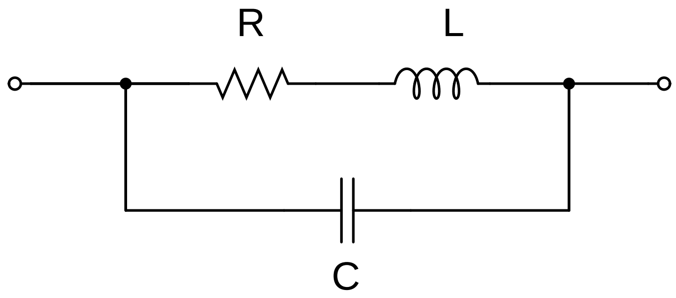
- Viðnám hefur alltaf launþátt
- Þéttir hefur lekaviðnám
- Spólu fylgir viðnám vírsins sem hún er vafin úr, sem er háð fjölda vafninga, og að auki er rýmd á milli vafninga

Viðnám

- Algengast er að viðnám séu gerð úr heit pressuðum kolefnis kornum sem í er blandað fylliefnum af breytilegu magni þannig að fá megi mismunandi viðnámsgildi
- Nákvæmnismörk kolefnisviðnáma eru 5 – 20 %
- Þessi viðnám eru ódýr, áreiðanleg og tiltölulega laus við sníkjurýmd og span
- Viðnám vafin úr viðnámsvír eru einkum notuð þegar krafist er nákvæmra viðnáma, lágra viðnámsgilda eða afl er mikið
- Nákvæmnismörk vafinna viðnáma eru 0.01 – 1 %

Viðnám

Viðnám eru gjarnan framleidd með því að vefja viðnámsvír á kefli. Þeim fylgir þess vegna alltaf span og einhver rýmd á milli vafninga.



Samviðnámið er gefið með

$$Z = \frac{(1/j\omega C)(R + j\omega L)}{R + j\omega L + (1/j\omega C)}$$

$$= \frac{R + j\omega(L - \omega^2 L^2 C - CR^2)}{1 + \omega^2 CR^2 - 2\omega^2 LC + \omega^4 L^2 C^2}$$

Viðnám

Fyrir viðnám er gert ráð fyrir að span og rýmd séu litlar stærðir, svo $\omega^2 LC \ll 1$ og $\omega^4 C^2 L^2$ er óvera og þess vegna

$$Z = \frac{R + j\omega(L(1-\omega^2 LC) - CR^2)}{1+\omega^2 C(CR^2 - 2L)}$$

Ef Z er skipt upp í raunhluta og þverhluta fæst **virkt raunviðnám**

$$R_{\text{eff}} = \frac{R}{1+\omega^2 C(CR^2 - 2L)}$$

og **virkt launviðnám**

$$X_{\text{eff}} = \frac{\omega[L(1-\omega^2 LC) - CR^2]}{1+\omega^2 C(CR^2 - 2L)}$$

Viðnám

Þar sem X_{eff} er lítið og sleppa má $\omega^2 LC$ þá er

$$X_{\text{eff}} = \frac{\omega[L - CR^2]}{1 + \omega^2 C(CR^2 - 2L)}$$

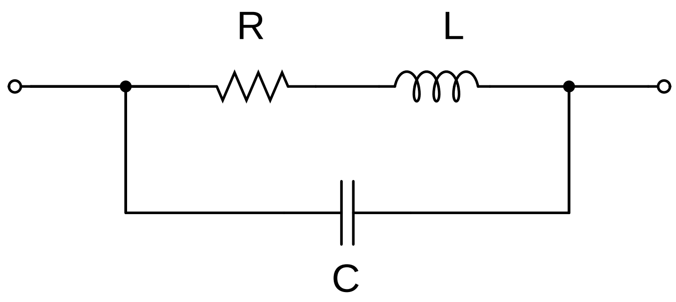
Fasahorn viðnáms má rita sem

$$\tan\phi = \frac{X_{\text{eff}}}{R_{\text{eff}}} = \frac{\omega(L - CR^2)}{R} = \omega\left(\frac{L}{R} - CR\right)$$

og þar með er $(L/R - CR)$ er tímafasti viðnáms.

Spóla

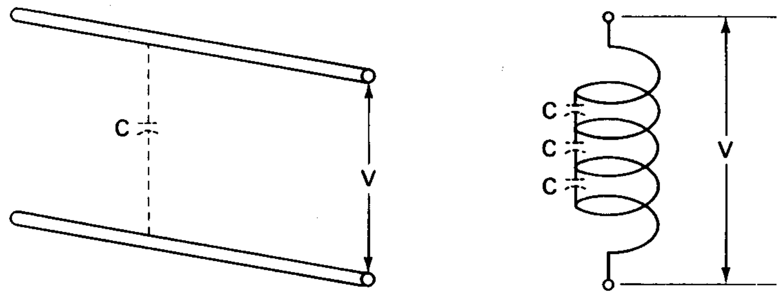
Jafngildisrás spólu með loftkjarna er hin sama og fyrir viðnám nema hvað hlutfallslegar stærðir viðnáms, rýmdar og spans eru aðrar



Fyrir miðlungs og lágar tíðnir gildir

$$Z = \frac{R + j\omega(L - \omega^2 L^2 C - CR^2)}{1 + \omega^2 CR^2 - 2\omega^2 LC + \omega^4 L^2 C^2}$$

Spóla



Nú er rýmd og viðnámi haldið í lágmarki svo að liðirnir $\omega^2 C^2 R^2$ og CR^2 eru óvera.

Þar með er samviðnámið

$$Z = \frac{R + j\omega L(1 - \omega^2 LC)}{1 - 2\omega^2 LC + \omega^4 L^2 C^2}$$

Spóla

Þá er virkt raunviðnám

$$R_{\text{eff}} = \frac{R}{(1-\omega^2 LC)^2}$$

og virkt launviðnám

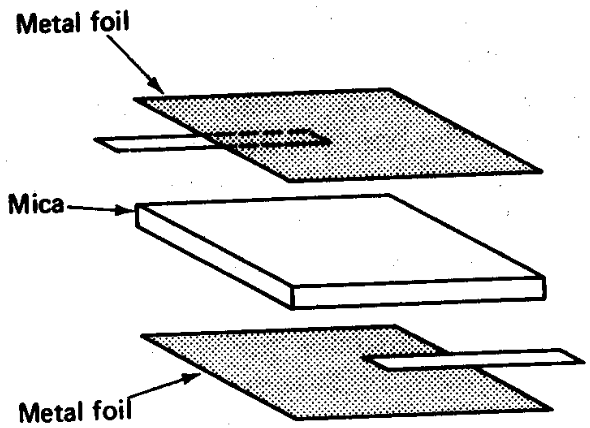
$$X_{\text{eff}} = \frac{\omega L(1-\omega^2 LC)}{(1-\omega^2 LC)^2}$$

sem samsvarar virku spani

$$L_{\text{eff}} = \frac{L}{1-\omega^2 LC}$$

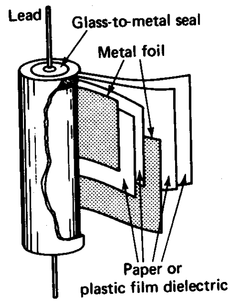
Bæði virkt viðnám og virkt span spólu aukast með aukinni tíðni.

Eiginleikar þétta



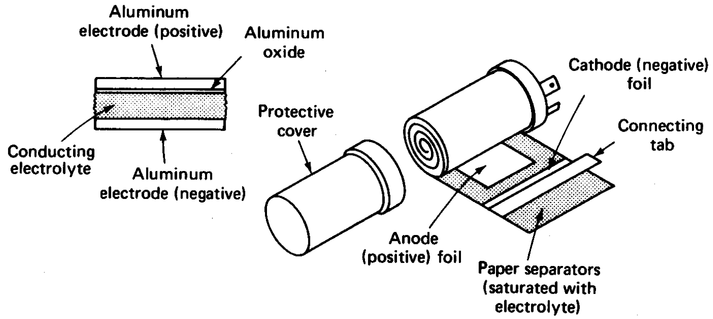
- Í mica þétti situr mica filma á milli málmlaga
- Þeir hafa lága tapstuðla
- Rýmd þeirra liggur á bilinu 1 pF til 0.1 μF og nákvæmni þeirra er $\pm 1 - \pm 20$ %

Eiginleikar þétta



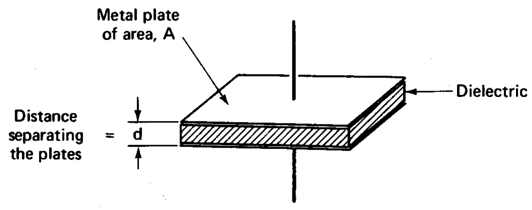
- Pappírsþéttar eru ódýrir og algengir og geta staðist mikla spennuáraun
- Þá er hægt að fá með rýmdir á bilinu frá 500 pF upp í 50 μF
- Lekastraumar eru háir og nákvæmni léleg $\pm 10 - \pm 20$ %
- Oft er pappírinn vættur í olíu eða vaxi
- Plast-filmu þéttar eru byggðir upp svipað og pappírsþéttar nema hvað plast filma er notuð sem rafsvari
- Þeir fást með rýmdir á bilinu 500 pF – 10 μF

Eiginleikar þétta



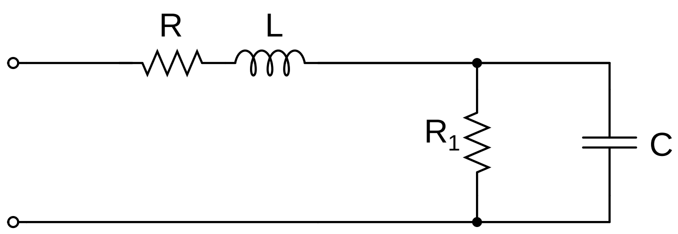
- Rafvökva þéttar eru byggðir úr áli eða tantal
- Á milli málmþynna er pappír sem vættur er leiðandi rafvökva
- Önnur málmþynnan hefur oxíðhúð sem snýr að rafvökvanum
- Þessu er síðan rúllað upp
- Þeir fást á bilinu 1 – 500000 μF
- Lekaviðnám rafvökvaþétta er frekar hátt eða af stærðargráðunni 1 MΩ

Eiginleikar þétta



Áhrif tíðni á þétti eru með tvennum hætti

- Áhrif vegna tenginga við og innan þéttisins, sem lýst er með raðtengingu viðnáms og rýmdar
- Þá þarf að taka tillit til þess hvernig rafsvarinn svarar mismunandi tíðni. Því er lýst með viðnámi R_1, **lekaviðnámi þéttisins** sem breytist með tíðni



Eiginleikar þétta

- Gerum nú ráð fyrir þétti sem sem vinnur við lága eða miðlungs tíðni. Þá má gera ráð fyrir að R_1 sé fasti.
- Þá er
$$Z = R + j\omega L + \frac{R_1/(j\omega C)}{R_1 + (1/j\omega C)}$$
eða
$$Z = R + \frac{R_1}{1+\omega^2 R_1^2 C^2} + j\omega\left(L - \frac{CR_1^2}{1+\omega^2 R_1^2 C^2}\right)$$
Virkt launviðnám er gefið með $1/(j\omega C_{\text{eff}})$ þar sem
$$\frac{1}{\omega C_{\text{eff}}} = -\omega L + \frac{\omega C R_1^2}{1+\omega^2 R_1^2 C^2}$$
eða
$$\omega C_{\text{eff}} = \frac{1+\omega^2 R_1^2 C^2}{\omega C R_1^2 - \omega L(1+\omega^2 R_1^2 C^2)}$$

Eiginleikar þétta

- Ef $\omega^2 R_1^2 C^2 \gg 1$ þá er

$$\omega C_{\text{eff}} = \frac{\omega C}{1 - \omega^2 CL}$$

- Virk rýmd við miðlungstíðnir er þá

$$C_{\text{eff}} \approx C\left(1 + \omega^2 CL\right)$$

- Athuga ber að $\omega = 1/(LC)^{1/2}$ er hermitíðni og þess vegna er mikilvægt að halda spani tenginga lágu svo að hermun verði við mjög háa tíðni.

- Virkt viðnám við miðlungstíðni er

$$R_{\text{eff}} = R + \frac{R_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C^2}$$

Eiginleikar þétta

- Taphornið δ er fundið með

$$\tan\delta = \frac{1}{\omega C_{\mathrm{eff}} R_{\mathrm{eff}}} = \frac{(\omega C R_1^2 - \omega L - \omega^3 R_1^2 C^2 L)}{R + \omega^2 R_1^2 R C + R_1}$$

- Skilgreindur er tapstuðull fyrir orku.

$$D = \frac{1}{\tan\delta}$$

Eiginleikar þétta

- Við lága tíðni eru áhrif raðtengda viðnámsins R og spansins L óveruleg.
- Þá er virkt viðnám

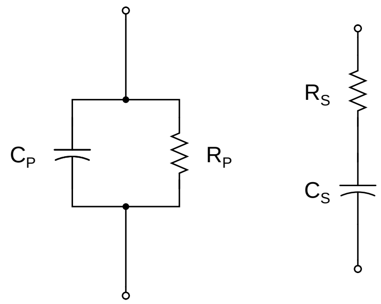
$$R_{\text{eff}} = \frac{R_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C^2}$$

og virk rýmd

$$C_{\text{eff}} = C + \frac{1}{\omega^2 R_1^2 C}$$

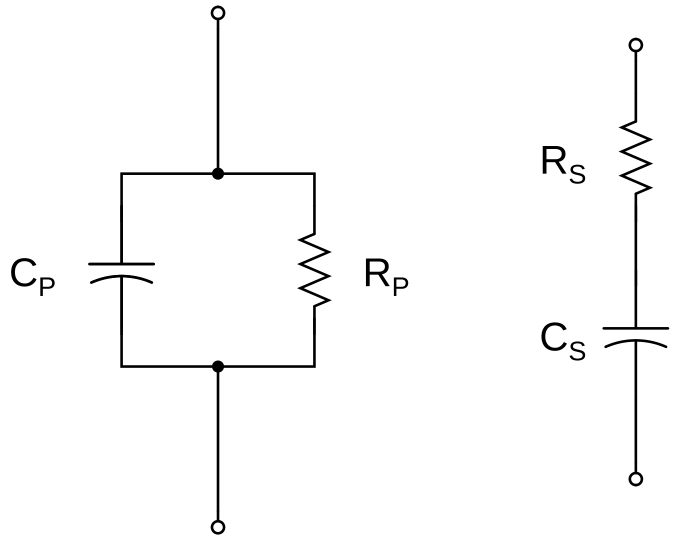
- Þegar tíðni merkis sem lagt er yfir þétti er aukin fellur rýmdin og $\tan\delta$ lítillega þar til áhrif spans tenginganna fer að gæta, þá eykst $\tan\delta$ og virk rýmd þéttisins.
- D liggur á bilinu 0.1 fyrir vökvaþétti til allt að 10^{-4} fyrir þétti með fjölliðu rafsvara

Jafngildisrás þéttis



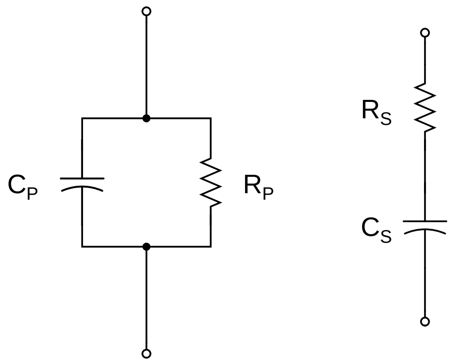
- Jafngildisrás þéttis samanstendur af hreinni rýmd C_{P} og samsíða tengdu viðnámi R_{P}
- Hér er C_{P} raunveruleg rýmd þéttisins og R_{P} er viðnám rafsvarans, öðru nafni **lekaviðnám** þéttisins
- Fyrir þétta sem hafa lág gildi á R_{P} rennur mikill lekastraumur um rafsvarann
- Sem dæmi má nefna að rafvökva þéttar hafa tiltölulega mikinn lekastraum en plastþéttar hafa samsíðaviðnám af stærðargráðunni 100000 M Ω

Jafngildisrás þéttis



- Samsíða RC rásin hefur raðtengda jafngildisrás
- Hvora rásina sem vera vill má nota til að lýsa þétti í rás
- Betra er að lýsa þéttum með háviðnáms rafsvara með raðtengdri RC rás

Jafngildisrás þéttis



- Tvinnviðnámið í raðtengdu rásinni er

$$Z_{\mathrm{S}} = R_{\mathrm{S}} - jX_{\mathrm{S}}$$

- Á sama hátt er tvinn leiðnin

$$Y_{\mathrm{S}} = \frac{1}{R_{\mathrm{S}}} + j\frac{1}{X_{\mathrm{S}}} = G_{\mathrm{P}} + jB_{\mathrm{P}}$$

þar sem G_{P} er raunleiðni og B_{P} er launleiðni

Jafngildisrás þéttis

- Tvinnleiðni beggja rásanna verður að vera jafngild eða

$$Z_{\mathrm{S}} = \frac{1}{Y_{\mathrm{P}}}$$

  sem gefur

$$R_{\mathrm{S}} - jX_{\mathrm{S}} = \frac{1}{G_{\mathrm{P}} + jB_{\mathrm{P}}}$$

  eða

$$G_{\mathrm{P}} + jB_{\mathrm{P}} = \frac{1}{R_{\mathrm{S}} - jX_{\mathrm{S}}} = \frac{R_{\mathrm{S}} + jX_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{S}}^2 + X_{\mathrm{S}}^2}$$

- Einangrum raunhlutann

$$G_{\mathrm{P}} = \frac{R_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{S}}^2 + X_{\mathrm{S}}^2}$$

  eða

$$R_{\mathrm{P}} = \frac{R_{\mathrm{S}}^2 + X_{\mathrm{S}}^2}{R_{\mathrm{S}}}$$

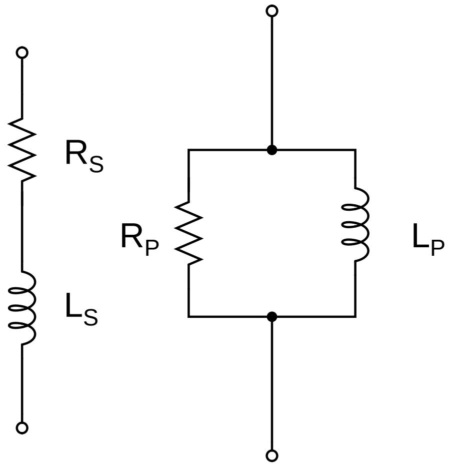
- Á sama hátt er þverhlutinn

$$B_{\mathrm{P}} = \frac{X_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{S}}^2 + X_{\mathrm{S}}^2}$$

  eða

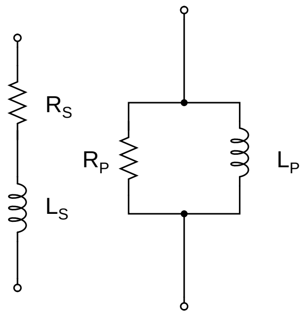
$$X_{\mathrm{P}} = \frac{R_{\mathrm{S}}^2 + X_{\mathrm{S}}^2}{X_{\mathrm{S}}}$$

Jafngildisrás spólu



- Raðtengd jafngildisrás spólu lýsir spólu með span L_{S} raðtengdri við raunviðnám spólunnar R_{S}
- Raðtenging spólu og þéttis er að jafnaði heppilegasta rásin til að lýsa spólu

Jafngildisrás spólu



- Tvinn viðnám raðtendu rásarinnar er

$$Z_S = R_S + jX_S$$

- Á sama hátt er tvinn leiðnin í samsíða rásinni

$$Y_P = \frac{1}{R_S} - j\frac{1}{X_S} = G_P - jB_P$$

þar sem G_P er raunleiðni og B_P er launleiðni

Jafngildisrás spólu

- Tvinnviðnám beggja rásanna verður að vera jafngilt

$$Z_S = Z_P$$

sem gefur

$$R_S + jX_S = \frac{1}{G_P - jB_P} = \frac{G_P + jB_P}{G_P^2 + B_P^2}$$

- Raunhlutarnir gefa

$$R_S = \frac{G_P}{G_S^2 + B_S^2}$$

eða

$$R_S = \frac{R_P X_P^2}{R_P^2 + X_P^2}$$

- Á sama hátt er þverhlutinn

$$X_S = \frac{B_P}{G_P^2 + B_P^2}$$

eða

$$X_S = \frac{R_P^2 X_P}{X_P^2 + R_P^2}$$

Q-gildi spólu

- Gæðastuðull spólu er skilgreindur út frá afltapi í spólunni
- Venjuleg spóla hefur alltaf eitthvað viðnám í vindingum og þess vegna verða þar afltöp
- **Gæðastuðull** eða **Q-stuðull** spólu er skilgreindur sem hlutfall launviðnáms og raunviðnáms við tiltekna tíðni eða

  $$Q = \frac{X_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{S}}} = \frac{\omega L_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{S}}}$$

  þar sem L_{S} og R_{S} eru span og viðnám í raðtengdri jafngildisrás
- Fyrir dæmigerðar spólur liggur Q-gildið á bilinu 5 til 1000 og er háð tíðni
- Þegar samsíða jafngildisrás er notuð er Q-gildið þá er

  $$Q = \frac{R_{\mathrm{P}}}{X_{\mathrm{P}}} = \frac{R_{\mathrm{P}}}{\omega L_{\mathrm{P}}}$$

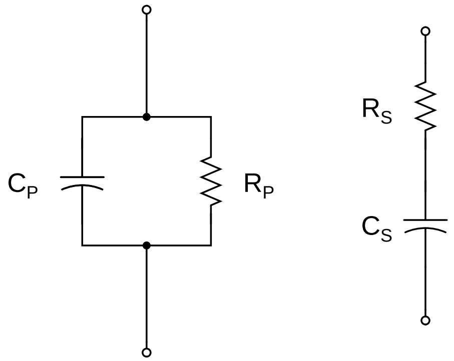
D-gildi þéttis

- Gæði þéttis eru skilgreind út frá því afli sem í honum eyðist
- Hreinn þettir hefur hefur hátt rafsvaraviðnám og nær ekkert afl eyðist í honum
- Tapstuðull þéttis D skilgreinir gæði þéttis
- D er skilgreint sem launviðnám bútsins á móti raunviðnámi eða í samsíða jafngildisrás

$$D = \frac{X_\mathrm{P}}{R_\mathrm{P}} = \frac{1}{\omega C_\mathrm{P} R_\mathrm{P}} = \frac{1}{\tan\delta}$$

- Heppilegast er að $R_\mathrm{P} \gg 1/(\omega C_\mathrm{P})$ þannig að D sé lítið
- D liggur í bilinu 0.1 í rafvökva þéttum og niður í 10^{-4} í plastþéttum og er tíðniháð

D-gildi þéttis



- Þegar raðtengd jafngildisrás er notuð þá er tapstuðullinn

$$D = \frac{R_S}{X_S} = \omega C_S R_S$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 6.1.

Frekara lesefni

Um viðnám og viðnámsmælingar er fjallað í Wolf and Smith (2003, kafli 10) og um þétta og spólur og mælingar á rýmd og spani er fjallað í Wolf and Smith (2003, kafli 11). Jafngildisrásir fyrir búta eru reifaðar hjá Gregory (1981, bls. 336 – 340). Um gæðastuðla spólu og tapstuðla þétta má lesa í Bell (1994, kafli 8.1.).

References

Bell, D. A. (1994). *Electronic Instrumentation and Measurements*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.

Gregory, B. A. (1981). *Introduction to Electrical Instrumentation and Measurement Systems* (2 ed.). Houndmills, UK: Macmillan.

Wolf, S. and R. F. M. Smith (2003). *Student Reference Manual for Electronic Instrumentation Laboratories* (2 ed.). Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.