

## Mælitækni I:

# Mælingar með viðnámsbrú

## Kaffi 5

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

2. september 2008

1

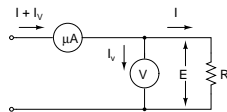
## Inngangur

- Mælingar á viðnámi með ohmmælum eru einfaldar en ekki mjög nákvæmar
- Nákvæmnismælingar á viðnámi er best að gera með Wheatstone brú
- Fyrir mælingar á mjög lágum viðnámmum er notuð endurbætt Wheatstone brú, sem nefnd er Kelvin brú
- Mælingar á mjög háu viðnámi, eins og einangrurum, krefjast hárrar spennu, straummæla sem mæla lágan straum, og sérstakrar tækni til að aðskilja yfirborðslekastraum frá strumnum sem fer um efnið sem mælt er

2

## Inngangur

- Ein leið til að ákvarða viðnám er að leggja spennu yfir það og mæla straum og spennu



- Spennumælirinn mælir spennuna  $E$  yfir viðnámið en straummælirinn sýnir summu straumsins um viðnámið og spennumælinn
- Reiknað viðnám er þá

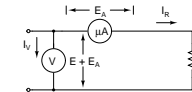
$$R = \frac{E}{I + I_v} \quad \text{en á að vera} \quad E/I$$

- Rásin er í lagi ef  $R$  er óvera í samanburði við innra viðnám spennumælis

3

## Inngangur

- Önnur leið er að tengja eins og myndin sýnir



- Straummælirinn mælir nú strauminn sem fer um viðnámið  $I$
- Spennumælirinn mælir  $E + E_A$  þar sem  $E_A$  er spennufall yfir straummælinn
- Reiknað viðnám verður

$$R = \frac{E + E_A}{I_R}$$

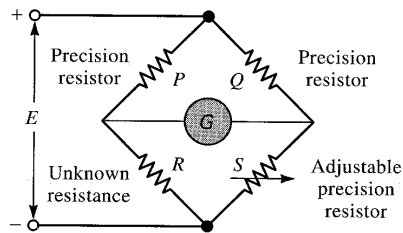
í stað  $E/II_R$

- Rásin er í lagi ef  $R$  er mun stærra en innra viðnám straummælis  
⇒ Dæmi 5.1.

4

## Wheatstone brú

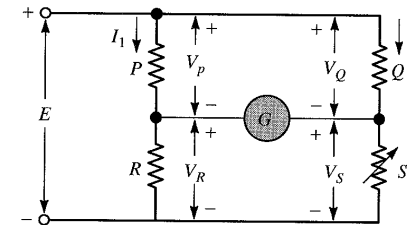
- Nákvæmnis viðnámsmælingar eru gjarnan framkvæmdar með Wheatstone brú
- Brúin samanstendur af óþekkta viðnáminu sem mæla skal  $R$ , tveimur nákvæmsviðnámsum  $P$  og  $Q$ , stillanlegu viðnámi  $S$ , og straummæli  $G$
- Spennugjafi  $E$  veldur straum um viðnámin



5

## Wheatstone brú

- Til að ákvarða viðnámið  $R$  er er stillanlega viðnáminu breytt þar til straummælirinn sýnir engan straum
- Brúin er þá sögð vera í jafnvægi
- Myndin hér að neðan sýnir spennur og strauma í rásinni þegar hún er í jafnvægi



6

## Wheatstone brú

- Þegar straummælirinn sýnir núll þá eru spennurnar á báðum pólum hans jafnar eða

$$V_P = V_Q \quad \text{og} \quad V_R = V_S$$

- Þar eð engin straumur fer um straummælinn þá rennur  $I_1$  um bæði  $P$  og  $R$  og  $I_2$  um  $Q$  og  $S$ .

- Þannig er

$$I_1 R = I_2 S$$

$$I_1 P = I_2 Q$$

7

## Wheatstone brú

- Þar af leiðir

$$\frac{I_1 R}{I_1 P} = \frac{I_2 S}{I_2 Q} \quad \text{eða} \quad \frac{R}{P} = \frac{S}{Q}$$

sem gefur óþekkta viðnámið

$$R = \frac{SP}{Q}$$

- Ef nákvæm gildi á  $S$ ,  $P$  og  $Q$  er þekkt, þá er viðnámið  $R$  nákvæmlega ákvarðað

8

## Wheatstone brú

- Næmni Wheatstone brúarinnar ræðst af straumnæmni og viðnámi straummælisins og álagðri spennu
- Skoðum Thevenin rás brúarinnar
- Fyrst fjarlægjum við straummælinn. Tómgangsspennan yfir pólana er þá

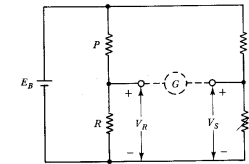
$$V_R - V_S = \frac{E_B R}{R + P} - \frac{E_B S}{Q + S}$$

- Viðnámið yfir pólana er ákvarðað með því að gera ráð fyrir að spennugjafi hafi innra viðnám sem er óverulegt miðað við viðnám viðnámsbrúarinnar. Þá er viðnámið inná pólana

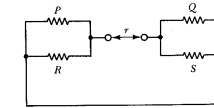
$$r = P \parallel R + Q \parallel S$$

9

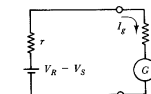
## Wheatstone brú



(a) Open-circuit voltage at the galvanometer terminals is  $(V_R - V_S)$



(b) Internal resistance is  $r = P \parallel R + Q \parallel S$



(c) Thévenin equivalent circuit

10

## Wheatstone brú

- Straumurinn um straummælinn er

$$I_g = \frac{V_R - V_S}{r + r_S}$$

- Straumurinn er aukin með því að auka muninn á  $V_R$  og  $V_S$  og þennan mun má auka með aukinni álagðri spennu  $E_B$
- Ef notaður er næmari straummælir má minnka muninn á  $V_R$  og  $V_S$

11

## Wheatstone brú

- Næmni brúarinnar má auka með því að auka spennuna  $E_B$  eða með næmari straummæli
- Viðnámín sem mæla skal skulu ávallt vera mun stærri en tengi- og leiðsluviðnám rásarinnar
- Raunverulegt lægsta viðnám sem mæla má með Wheatstone brú er um  $5 \Omega$  og hæsta viðnám er um  $10^{12} \Omega$

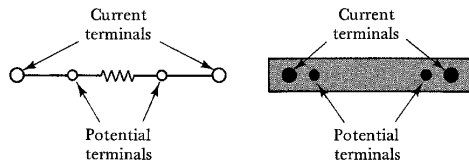
⇒ Dæmi 5.2.

⇒ Dæmi 5.3.

12

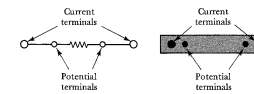
## Wheatstone brú

- Mjög mikilvægt er að hægt sé að mæla mjög nákvæmlega lág viðnám eins og affalssviðnám straummæla
- Lág viðnám verða að hafa mjög vel skilgreinda tengipunkta



13

## Wheatstone brú

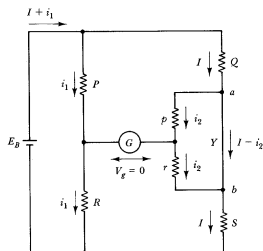


- Tvennskonar tengipunktar eru skilgreindir:
  - Straumtengipunktar
  - Mættistengipunktar
- Straumtengipunktarnir eru á útjöðrum viðnámsins og um þau fer mikill straumur. Mættistengipunktarnir eru á milli straumtengipunktanna og um þau fer lítill straumur  $\mu\text{A} - \text{mA}$ . Því er tiltölulega lítið spennufall yfir skeyti þeirra
- Viðnám bútsins er ákvarðað með mættinu á milli mættistengipunktanna

14

## Kelvin brú

- Spennufall yfir viðnám  $Y$  milli tengipunktanna  $a$  og  $b$  veldur skekkju í mælingu með hefðbundinni Wheatstone brú
- Í Kelvin brú er bætt við tveimur viðnámum  $p$  og  $r$ . Þegar viðnámshlutfallið  $p/r$  er nákvæmlega  $P/R$  þá er eytt áhrifum viðnámsins  $Y$



15

## Kelvin brú

- Þegar straummælirinn sýnir núll þá er spennan yfir póla mælisins núll,  $V_g = 0$
- Þá fer straumurinn  $i_1$  um  $P$  og sami straumur fer um  $R$
- Straumurinn  $I$  fer um  $Q$ . Hann kofnar upp við  $a$ , þ.a.  $i_2$  fer um  $p$  og  $r$  og  $I - i_2$  fer um  $Y$ . Straumurinn um  $S$  er  $I$
- Þegar brúin er í jafnvægi er spennufallið yfir  $R$  jafnt spennufallinu yfir  $r$  og  $S$

$$i_1 R = i_2 r + IS$$

eða

$$IS = R \left( i_1 - \frac{i_2 r}{R} \right) \quad (1)$$

16

## Kelvin brú

- Jafnframt er spennufallið yfir  $P$  hið sama og spennufallið yfir  $p$  og  $Q$

$$i_1 P = i_2 p + IQ$$

eða

$$IQ = P \left( i_1 - \frac{i_2 p}{P} \right) \quad (2)$$

- Deilum í jöfnu (2) með jöfnu (1)

$$\frac{IQ}{IS} = \frac{P(i_1 - i_2 p/P)}{R(i_1 - i_2 r/R)}$$

og  $p/r = P/R$  eða  $p/P = r/R$ . Því er  $Q/S = P/R$  svo

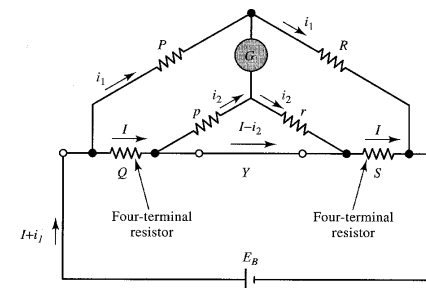
$$Q = \frac{SP}{R}$$

þar sem  $Q$  er óþekkta viðnámið,  $S$  er lágt staðalviðnám

17

## Kelvin brú

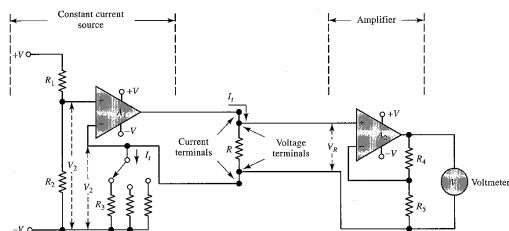
- Dæmigerð Kelvinbrú með  $S$  og  $Q$  sem fjórskautsviðnám



- Mælisvið Kelvinbrúar er  $10 \mu\Omega - 1 \Omega$
- Mælinákvæmni getur verið  $0.2 \%$  en ræðst af þeim bútum sem eru notaðir

18

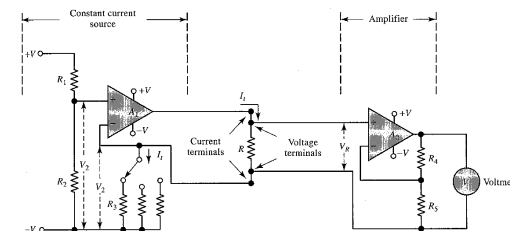
## Tæki til lágviðnámsmælinga



- Aðgerðamagnarinn  $A_1$  og tilheyrandi bútar mynda rás sem gefur fastan straum
- Spennan  $V_2$  sem lögð er á + inngang aðgerðamagnarans er hin sama og spenna yfir viðnámið  $R_3$
- Ef  $V_2$  er fasti þá er straumurinn um  $R_3$  fasti ( $V_2/R_3$ ) og er prufustraumurinn  $I_t$  sem fer um viðnámið sem mælt er

19

## Tæki til lágviðnámsmælinga

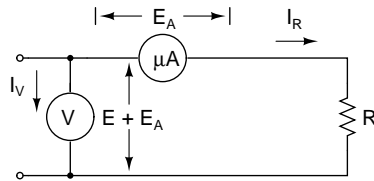


- Spennufallið yfir viðnámið  $V_R$  er magnað með magnaranum  $A_2$  og sent á spennumælirásina, sem er annað hvort stafrænn eða hliðræn
- Straumsviðinu er breytt með því að breyta viðnáminu  $R_3$

20

## Háviðnámsmælingar

- Mjög há viðnám má mæla með spennumæli og míkrostraummæli en þá þarf háspennugjafa til að framkalla mælanlegan straum

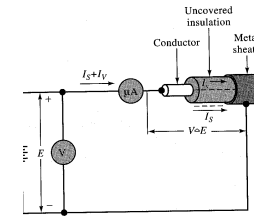


- Vandamál skapast þegar mæld eru mjög há viðnám þar eð það samanstendur af tveimur þáttum
  - Bolviðnámi
  - Yfirborðsviðnámi

21

## Háviðnámsmælingar

- Skoðum nú kapalinn á myndinni hér að neðan. Þegar spenna er lögð á koma fram tveir straumbættir
  - Bolstraumur,  $I_V$ , sem fer um einangrarann og til skrmsins
  - Yfirborðsstraumur (lekastraumur) fer eftir yfirborði einangrarans



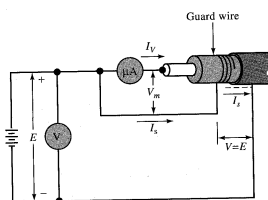
- Báðir straumarnir fara um straummælinn. Viðnámið sem mælt er þá samsíðatenging viðnámana tveggja

22

## Háviðnámsmælingar

- Til að aðskilja viðnámsþættina má beita vörðun (e. guarding)
- Þá er vafinn vírlykkja utanum einangrarann og tengd framan við straummælinn
- Aðeins bolstraumurinn fer þá um straummælinn og

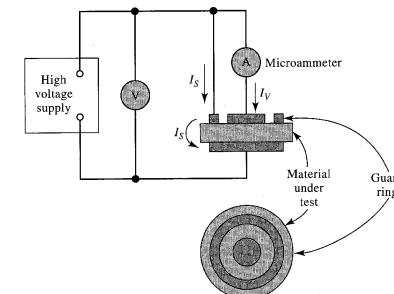
$$r_v = \frac{E}{I_V}$$



23

## Háviðnámsmælingar

- Á myndinni sést hvernig viðnám einangrandi skífu er mælt með því að beita vörðun.
- Vörðunarhringurinn kemur í veg fyrir að yfirborðsstraumurinn fari um straummælinn

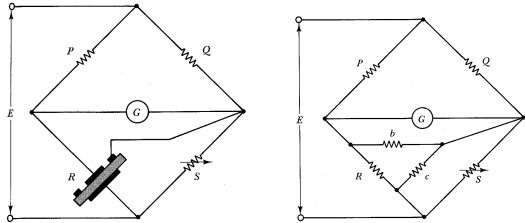


⇒ Dæmi 5.4.

24

## Háviðnámsmælingar

- Hér er Wheatstone brú notuð til háviðnámsmælingar
- Þegar brúin er í jafnvægi er enginn spennumunur á milli póla straummælisins og því enginn yfirborðsstraumur á sýninu



25

## Frekara lesefni

Um viðnámsmælibrýr má lesa víða enda verið notaðar um áraraðir. Benda má á Carr (1996, kafla 4.1. – 4.6), og Bell (1994, kafli 7). Þá er kafli um Wheatstone brýr hjá Wolf and Smith (2003, bls. 295 – 303).

## References

- Bell, D. A. (1994). *Electronic Instrumentation and Measurements*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.
- Carr, J. J. (1996). *Elements of Electronic Instrumentation and Measurement* (3 ed.). Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.
- Wolf, S. and R. F. M. Smith (2003). *Student Reference Manual for Electronic Instrumentation Laboratories* (2 ed.). Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.

26