Greining rása:

Grunnhugtök

Kafli 1

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@raunvis.hi.is

8. janúar 1999

Heimildir

- R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin,*Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Prentice Hall, 1995, Kafli 1
- D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kaflar 1.1 - 1.2

Grunnhugtök

- **Hleðsla** er rafeiginleiki efnis. Efnið samanstendur af **frumeindum**. Frumeindin eru jákvætt hlaðnar róteindum og óhlaðnar nifteindir sem eru umvafðar skýi af neikvætt hlöðnum rafeindum.

  Hleðsla einnar rafeindar er -1.6×10^{-19} Coulomb. Við notum táknið $q(t)$ til að tákna hleðslu sem tiltekið efnismagn hefur á hverjum tíma.

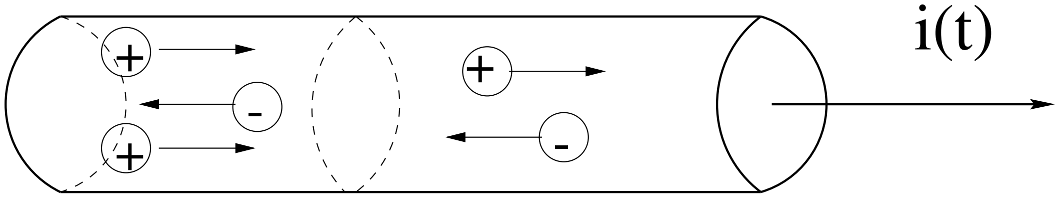
- **Leiðari** er efni, venjulega málmur, þar sem rafeindir geta flust til nálægra frumeinda tiltölulega auðveldlega.

- **Rásir** eru orku eða merkis/upplýsinga gjörvar sem samanstanda af tengingum á einingum eða tólum.

- Meðhöndlun orku eða upplýsinga fer fram um tímamerki kölluð **spenna** og **straumur**

Grunnhugtök

- Samspil **rásaeininga** breytir merkinu í nýjar spennur og strauma
- Dæmi um rásaeiningar eru, **rafhlaða**, **viðnám**, **þéttir**, **spóla** og **aðgerðamagnari**
- Eining kölluð **lind** framkallar spennu eða straum sem stendur fyrir tilteknar upplýsingar.
- **Straumur**. Þegar hlaðanar agnir flytjast í gegnum yfirborð, t.d. þverskurð leiðara, þá nefnist heildar hleðslutilfærsla á tímaeiningu, straumur.



Straumur hefur eininguna A (Amper).

1 A samsvarar flutningi 1 C hleðslu á 1 sekúndu.

Grunnhugtök

- Við notum táknið $i(t)$ fyrir straum. Samkvæmt skilgreiningunni hér að ofan er
$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$$
og
$$q(t) = \int_{-\infty}^{t} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$
- **Orka**. Eitt af grundvallarlögmálum eðlisfræðinnar er lögmálið um varðveislu orkunnar.

  Orka myndast ekki né eyðist, heldur breytir aðeins um form.

  Raforka getur til dæmis orðið til úr efnaorku (rafhlaða) eða vélrænni orku (vatnsaflshverfill).

  Orka hefur eininguna J (Joule). Við notum táknið $w(t)$ fyrir orku (vinnu).

Grunnhugtök

- **Spenna**. Ef vinna er framkvæmd á hleðslu, þá kallast hlutfall orkubreytingar og hleðslubreytingar, spenna
- Spenna hefur eininguna V (Volt). 1 V samsvarar 1 J vinnu framkvæmdri á 1 C hleðslu.

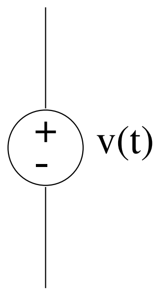
  Við notum táknið $v(t)$ fyrir spennu.

  Samkvæmt skilgreiningu er

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)}$$

Rásaeiningar

- **Òháð spennulind**: Òháð kjörspennulind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum spennumun milli póla sinna, óháð straumnum sem fer um hana.



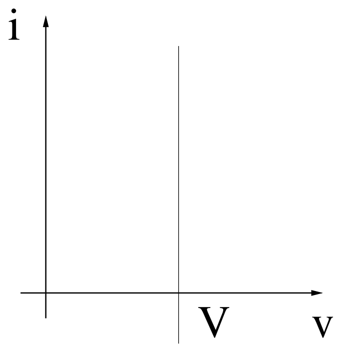
Spennumunur er jákvæður reiknað frá mínuspól til plúspóls, þ.e. spennuhækkun.

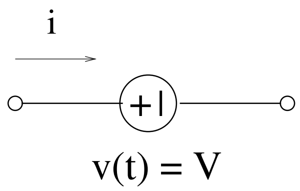
Ef spennan $v(t)$ er jákvæð þá er spennan á plúspólnum hærri en spennan á mínuspólnum, sem nemur stærðinni $v(t)$.

Þessi spennulind er kjörspennulind því að í raunveruleikanum getur jafnvel fullkomnasta spennulind ekki haldið ákveðinni spennu alveg óháð straumnum sem um hana fer.

Rásaeiningar

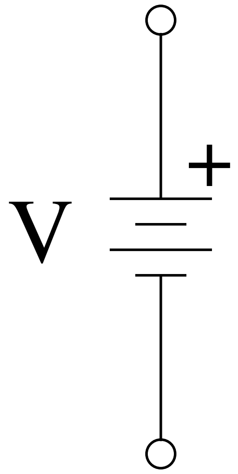
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörspennulind





- Ef lindin er tengd við rás ákvarðast stærð og stefna straumsins $i(t)$ af rásinni
- Spennulind með 0 V spennu heldur báðum pólum sínum við sömu spennu, óháð straumnum sem um hana fer. Hún er þá jafngild fullkomnum leiðara.

Rásaeiningar



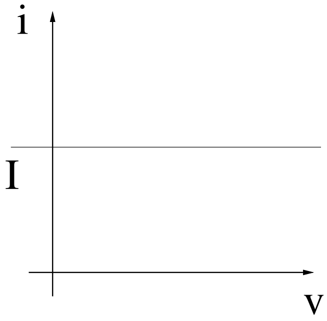
Ef spenna lindar er ekki fall af tíma kallast hún **jafnspennulind**

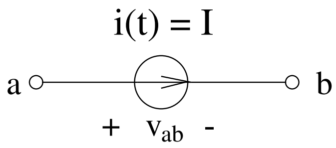
- Ekki er hægt að tengja fullkominn leiðara milli póla spennulindar (nema 0 V). Þetta er kallað **skammhlaup**.

  Spennulindin tryggir spennumun milli pólanna en skammhlaupið tryggir sömu spennu, sem leiðir til mótsagnar.

Rásaeiningar

- **Òháð straumlind**: Òháð kjörstraumlind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum straum í gegnum sig, óháð spennumuninum milli póla hennar.
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörstraumlind





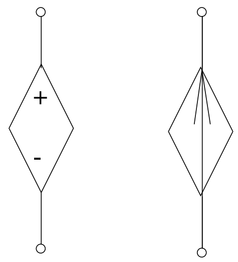
- Ef straumlindin er tengd við rás þá ákvarðast stærð og stefna spennunnar v_{ab} af rásinni

Rásaeiningar

- Straumlind með 0 A straum hleypir engum straum í gegnum sig, óháð spennunni yfir hana og er jafngild **opinni rás**

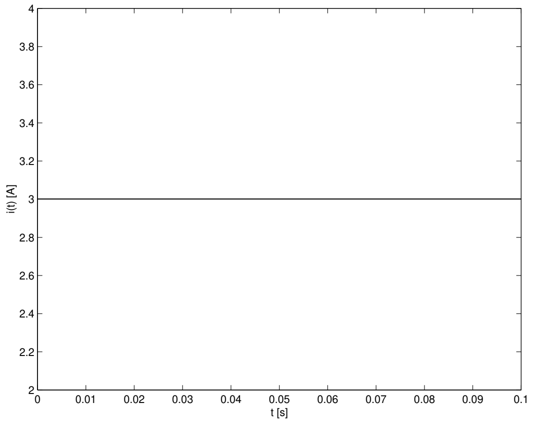
  Straumlind getur aldrei verið ótengd, því eitthvert verður straumurinn að fara

- **Stýrðar lindir**. Til eru fjórar tegundir stýrðra linda, þ.e. lindir þar sem lindarspennan eða - straumurinn er háð einhverri breytu (spennu eða sraum) annarsstaðar í rásinni. Þær eru
  - spennustýrð spennulind
  - straumstýrð spennulind
  - spennustýrð straumlind
  - straumstýrð straumlind

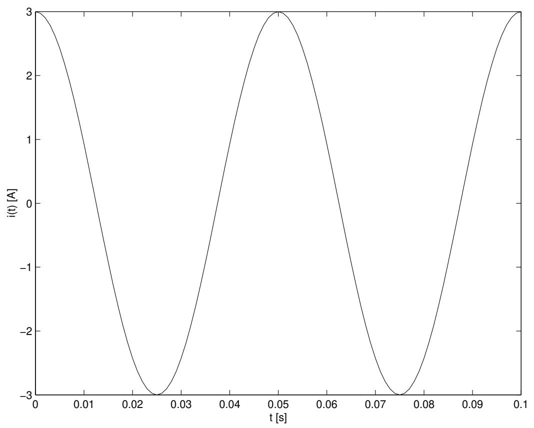


$\Longrightarrow$ Dæmi 1.1.

Einingar og tákn



Ef kraftur sem færir hleðslu um leiðara er fasti þá er straumurinn $\mathrm{d}q/\mathrm{d}t = I$ fasti. Slíkur straumur er nefndur **jafnstraumur**.



Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

Einingar og tákn

Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

þar sem

- I_o er útslag merkisins
- ω er horntíðni
- t er tími
- ϕ er fasahorn

Venjulega notum við litla stafi til að tákna stærðir sem breytast með tíma (v, i, q), en stóra stafi til að tákna fastar stærðir (V, I, Q)

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

Virkt gildi (rms) straumsins $i(t)$ er

$$\text{rms} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \text{útslag} = 0.7071 \times I_o$$

eða

$$I_{rms} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_o$$

Meðalgildi straumsins er

$$I_{ave} = \frac{I_o}{T} \int_0^T \mid \sin(\omega\tau) \mid \mathrm{d}\tau = \frac{2}{\pi} I_o$$

þar sem T er lota merkisins $T = 2\pi/\omega$.

Riðstraumur og jafnstraumur í MATLAB:

```
%
% Ridstraumur
%
t=0:0.001:0.1;
fre = 2 * pi * 20;
phi = 0.5 * pi;
I0 = 3;
i = I0 * sin(fre * t + phi);
figure(1)
plot(t,i)
xlabel('t [s]');
ylabel('i(t) [A]');
print -deps 'rid.eps'
%
% Jafnstraumur
%
I = 3 * ones(length(t));
figure(2)
plot(t,I)
xlabel('t [s]');
ylabel('i(t) [A]');
print -deps 'jafn.eps'
```

Einingar og tákn

Einingakerfið sem notað er er SI-kerfið

- joule

$$1\ \mathrm{J} = \mathrm{Nm}$$

- watt

$$1\ \mathrm{W} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

- volt

$$1\ \mathrm{V} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$$

- ampere

$$1\ \mathrm{A} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$$

- ohm

$$1\ \Omega = 1\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$$

- farad

$$1\ \mathrm{F} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$$

- henry

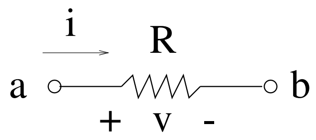
$$1\ \mathrm{H} = 1\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}$$

Lögmál Ohms

Fullkominn leiðari flytur hleðslu án þess að ytri orku þurfi til.

Hins vegar tekur viðnám orku frá sérhverri hleðslueiningu sem um það fer.

Ef straumur fer í gegnum viðnám hlýtur að vera spennumunur milli póla viðnámsins.



- **Viðnám** er skilgreint sem sérhver sú rásaeining þar sem spennumunur milli póla er í réttu hlutfalli við strauminn sem á milli fer. Þetta má rita

$$v = iR$$

  sem er nefnt lögmál Ohms

- Viðnám er táknað með R. Einingin fyrir viðnám er Ohm, táknað með

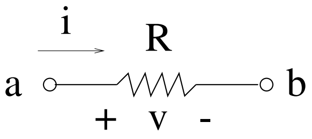
$$\Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

Lögmál Ohms

- **Leiðni** er andhverfa viðnáms

$$G = \frac{1}{R}$$

og hefur eininguna S (Siemens) eða mho.



- Viðmiðunarstefnur: Spenna er skilgreind milli einhverra tveggja punkta með $+$ og -

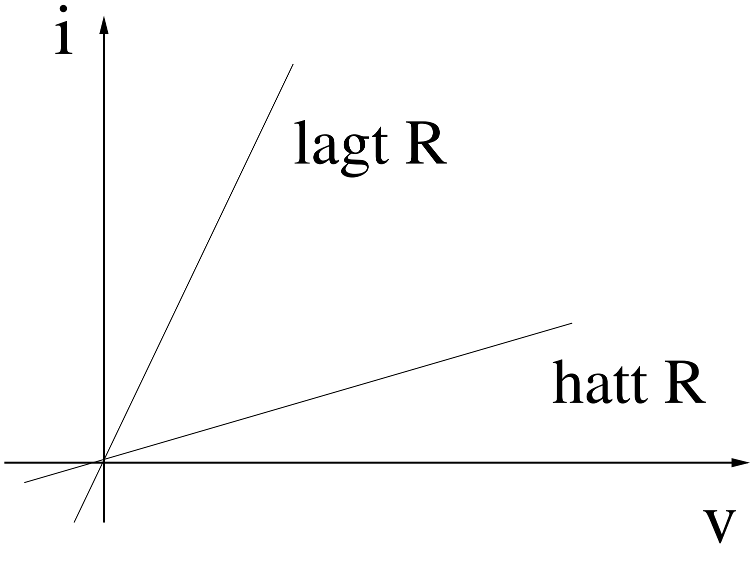
  Spennan er hærri þeim megin sem plúsinn er. Ef punktur a hefur hærri spennu en punktur b þá er v_{ab} jákvæð stærð

  Ef beita á lögmáli Ohms verða straumur og spenna alltaf að vera skilgreind með tengdar viðmiðunarstefnur.

$\Longrightarrow$ Dæmi 1.2.

Lögmál Ohms

- Ef viðnám er fasti (eins og oftast) er kennilína þess bein lína í $v - i$ plani, sem liggur í gegnum upphafspunktinn og hefur hallatölu $1/R$. Svona viðnám kallast línulegt.

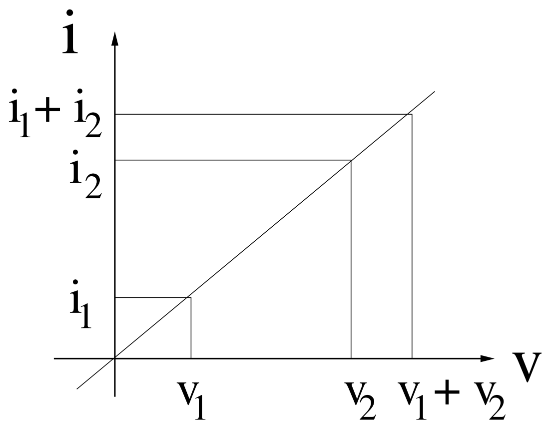


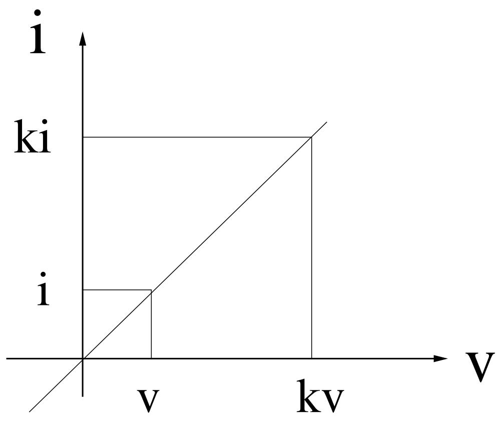
- Ef kennilínan liggur ekki í gegnum upphafspunktinn eða er ekki bein lína þá er viðnámið ekki línulegt.

Summun og einsleitni

Öll línuleg viðnám hafa tvo mikilvæga eiginleika:

- **Summun**: Ef straumur i_1 veldur spennu v_1 og straumur i_2 veldur spennu v_2, þá veldur straumurinn $i_1 + i_2$ spennunni $v_1 + v_2$, ef viðnámið er línulegt
- **Einsleitni** : Ef straumur i veldur spennu v, þá veldur straumurinn ki spennunni kv.





Afl

Ef bæði $v > 0$ og $i > 0$ þá tapa hleðslur orku við að fara í gegnum rásaeininguna

- Spenna er skilgreind sem vinna á hleðslueiningu

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)} \qquad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = \mathrm{V}\right]$$

- Straumur er skilgreindur sem hleðslutilfærsla á tímaeiningu

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} \qquad \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \mathrm{A}\right]$$

- Margfeldi straums og spennu er **afl**

$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}q(t)}\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\left[\mathrm{V\ A} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}\right]$$

og $p(t)$ er orka á tímaeiningu sem hver hleðslueining lætur í té til rásaeiningarinnar.

Afl

- Ì viðnámi breytist þetta afl í varma sem geislar út í umhverfið
- Ýmsar rásaeiningar geyma orkuna á einn eða annan hátt.
- Ef $p = vi > 0$ tekur rásaeiningin til sín orku, ef $p < 0$ lætur hún frá sér orku.
- Afl í viðnámi

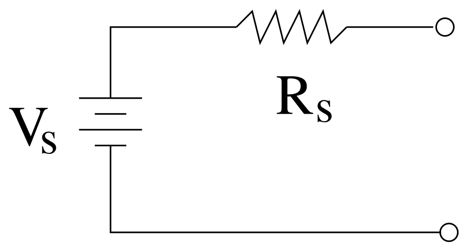
$$p = vi = (iR)i = i^2R$$

$$p = vi = v\frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

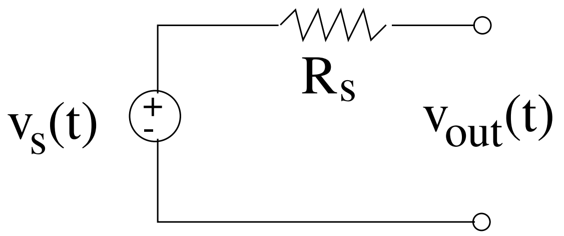
$\Longrightarrow$ Dæmi 1.3.

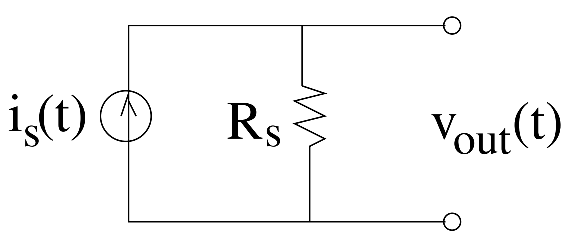
Lindir sem ekki eru fullkomnar

Raunverulegar rafhlöður hafa innra viðnám. Af þessum sökum verður líkan af raunverulegri rafhlöðu að hafa slíkt viðnám raðtengt við fullkomna spennulind

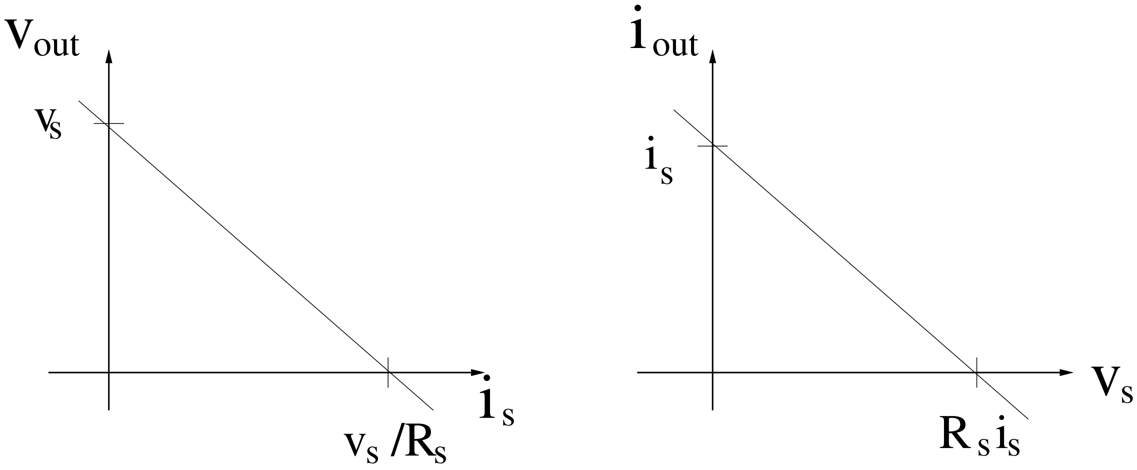


Raunhæft líkan af spennulind og straumlind sem ekki eru fullkomnar má setja sem





Lindir sem ekki eru fullkomnar



Fyrir spennulind

$$v_{out} = v_s - i_s R_s$$

Fyrir straumlind

$$i_{out} = i_s - \frac{v_{out}}{R_s} = i_s - G_s v_{out}$$