Greining rása:

Jafngildisrásir

Kafli 5

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@raunvis.hi.is

2. febrúar 1999

Heimildir

- R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Prentice Hall, 1995, Kafli 5
- D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kaflar 2.1 - 2.5

Hlutfallseiginleiki:

Ì línulegri viðnámsrás þegar ein óháð lind vinnur sem inntak þá er úttakið í hlutfalli við þetta eina inntak.

Einnig ef þetta eina inntak er margfaldað með fasta k þá er úttakið einnig margfaldað með fasta k.

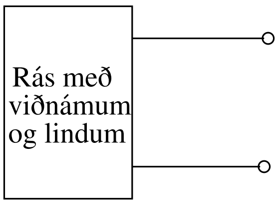
Samlagningareiginleiki:

Ì línulegri viðnámsrás með fleiri en eina óháða lind, þá má reikna úttak (spennu eða straum) í rás með því að leggja saman tillegg óháðu lindanna hverrar fyrir sig þegar hinar lindirnar eru núllstilltar.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.2.

Reglur Thevenin og Norton

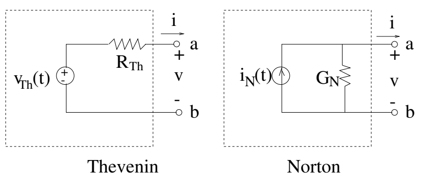


Tveggja póla rásir (tvípólar) eru kallaðar jafngildar miðað við pólana (a-b) ef sami straumur streymir inn í báðar rásir þegar sama spenna er á milli pólanna; eða öfugt.

Dæmi um slíkar jafngildisrásir eru jafngildisviðnám fyrir hliðtengingar og raðtengingar viðnáma.

Reglur Thevenin og Norton

Thevenin og Norton sýndu fram á að rás sem inniheldur línuleg viðnám og lindir (spennu eða straum, stýrðar eða óháðar) hefur jafngildisrás á forminu:



Rásin getur innihaldið eins margar lindir og vera skal. Ef sama ytri rásin er tengd við pólana a og b þá fæst alls staðar sami straumur i og sama spenna v.

Til að finna v_{Th}, R_{Th}, i_N og R_N höfum við rásirnar fyrst ótengdar (ytra viðnám $R = \infty$). Þá er augljóst að $i = 0$ og spennurnar eru þær sömu.

Reglur Thevenin og Norton

Köllum spennuna V_{oc} **tómgangsspennuna**. Sjáum að

$$V_{oc} = V_{Th} = I_N R_N$$

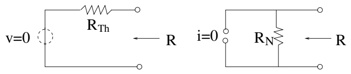
Síðan skammhleypum við milli pólanna a og b (ytra viðnám $R = 0$). Þá er $v = 0$ og straumarnir hljóta að vera þeir sömu.

Köllum strauminn I_{sc} **skammhlaupsstraum**. Sjáum að

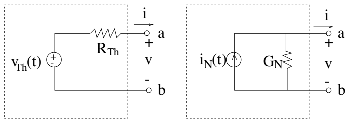
$$I_{sc} = I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

Berum saman ofangreindar jöfnur og sjáum að

$$R_{Th} = R_N$$



Reglur Thevenin og Norton



Thevenin Norton

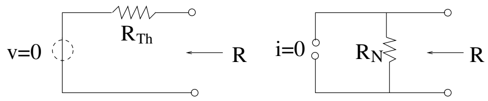
1. Spennulindin í Thevenin-rásinni er tómgangsspenna rásrinnar $V_{Th} = V_{oc}$.
2. Straumlindin í Norton-rásinni er skammhlaupsstraumur rásarinnar $I_N = I_{sc}$
3. Raðtengda viðnámið í Thevenin-rásinni er jafnstórt og hliðtengda viðnámið í Norton-rásinni $R_{Th} = R_N$. Það er oft kallað **útgangsviðnám**.
4. Lögmál Ohms tengir saman tómgangs-spennuna, skammhlaupsstrauminn og útgangsviðnámið

$$V_{oc} = I_{sc} R_{Th} = I_{sc} R_N$$

Reglur Thevenin og Norton

Einnig sjáum við að ef spennulindin í Thevenin-rásinni er núllstillt (skammhlaup) þá er R_{Th} það viðnám sem við sjáum á milli pólanna.

Sama gildir um Norton rásina; ef straumlindin er núllstillt (opin rás) þá er R_N það viðnám sem við sjáum á milli pólanna.



Reglur Thevenin og Norton

Fyrir hvaða rás sem er (viðnám og lindir) má finna jafngildis útgangsviðnám:

1. Núllstilla allar óháðar lindir
   - setja skammhlaup fyrir spennulind
   - opna rás fyrir straumlind
2. Finna jafngildisviðnám milli pólanna.

   Algengasta leiðin er að setja 1 A prufustraum inn á rásina (milli pólanna) og finna hver spennan verður á milli pólanna. Sú spenna er þá tölulega jafnstór og jafngildisviðnámið, þ.e. $R_{Th} = V_o/1\ \text{A} = V_o$.

Til að finna Thevenin- og Norton-jafngildisrásir fyrir tiltekna rás er nægilegt að finna tvær af stærðunum þremur R_{Th}, V_{oc} og I_{sc}.

Reglur Thevenin og Norton

Athuga ber að Thevenin- og Norton-jafngildisrásir eru aðeins jafngildar miðað við pólana (a og b); þær segja ekkert um hvað gerist inni í rásinni, t.d. afltöp.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.3.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.4.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.5.

Reglur Thevenin og Norton

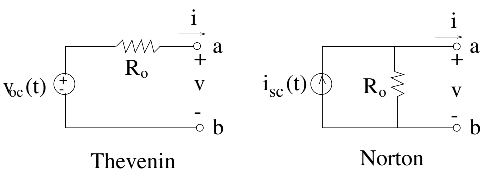
Skoðum nú $I - V$ kennilínur Thevenin- og Norton-rásanna.

Spennan v í Thevenin-rásinni fæst samkvæmt KVL:

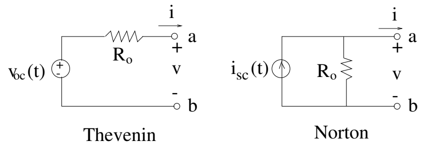
$$v = V_{oc} - iR_o$$

$$i = -\frac{1}{R_o}v + \frac{V_{oc}}{R_o} = -\frac{1}{R_o}v + I_{sc}$$

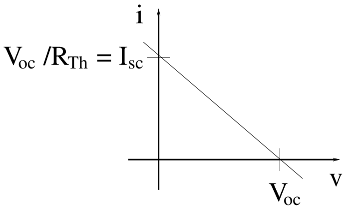
sem fæst einnig með KCL út frá Norton-rásinni.



Reglur Thevenin og Norton

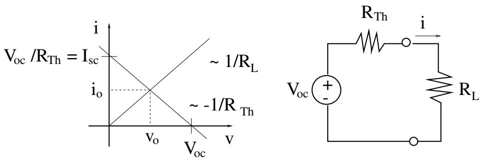


Kennilínan er því bein lína með hallatölu $-1/R_o$ og skurðpunkt við i−ás í $i = I_{sc}$. Það þýðir að fyrir sérhvert gildi á v getur i haft eitt og aðeins eitt gildi (og öfugt).



Reglur Thevenin og Norton

Tengjum viðnám milli pólanna á Thevenin-rásinni og teiknum $i - v$ kennilínu viðnámsins inn á sömu mynd og $i - v$ kennilínu Thevenin rásarinnar.



Skurðpunktur línanna segir til um þá spennu og þann straum sem uppfyllir skilyrði beggja rásahluta og er hann jafnframt eina lausnin (v_o, i_o).

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.6.

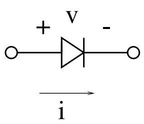
Díóður

Þessi tækni er mest notuð í rafeindatækni þar sem tól eru gjarnan ólínuleg og einfaldast að leysa vandamál með grafískum aðferðum.

Rafeindatólið hefur ólínulega $i - v$ kennilínu. Skurðpunktur við álagslínu gefur straum og spennu.

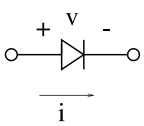
Díóða er ólínuleg tveggja póla rásaeining sem er mikið notuð í rafrásum.

Við lítum oft á díóðu sem nokkur skonar einstefnuloka, sem hleypir straum (viðnámslaust) í aðra áttina en engum í hina.



Díóður

Þetta er gróf nálgun. Ì raunverulegri díóðu verður alltaf eitthvert spennufall þegar hún er **framspennt** og á að virka eins og kjörleiðari; og eins rennur straumur um hana þegar hún er **bakspennt** og á að virka eins og opin rás.



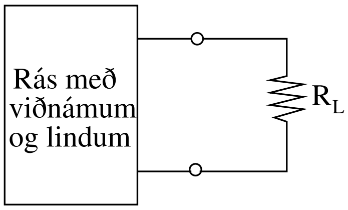
Samband straums og spennu í raunverulegri pn-díóðu (kísil) er gefin með

$$i = I_o(\mathrm{e}^{19.3V} - 1)$$

þar sem I_o er **mettunarstraumur** eða **lekastraumur** og er mismunandi frá díóðu til díóðu, þó yfirleitt af stærðargráðunni 1 μA.

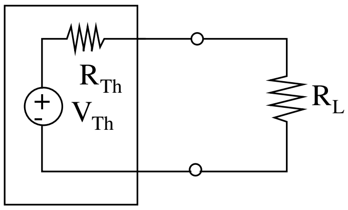
$\Longrightarrow$ Dæmi 5.7.

Hámarksaflflutningur

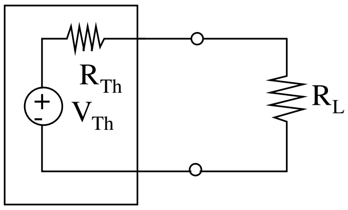


Hvernig á að velja R_L til að hámarka aflið í R_L ?

Finnum fyrst Thevenin-jafngildisrás fyrir rásina. Finnum síðan aflið í R_L, $P_L(t)$, sem fall af R_L.



Hámarksaflflutningur



Með spennudeilingu fæst að

$$v_o(t) = V_{Th}(t)\frac{R_L}{R_{Th} + R_L}$$

og alfið í R_L er

$$P_L(t) = \frac{v_o^2(t)}{R_L} = \frac{V_{Th}^2(t)}{R_L}\frac{R_L^2}{(R_{Th} + R_L)^2}$$
$$= \frac{V_{Th}^2(t)R_L}{(R_{Th} + R_L)^2}$$

Diffrum með tilliti til R_L og setjum diffurkvótann núll

$$\frac{\partial P_L(t)}{\partial R_L} = 0$$

Hámarksaflflutningur

$$V_{Th}^2 \frac{(R_L + R_{Th})^2 - R_L 2(R_L + R_{Th})}{(R_L + R_{Th})^4} = 0$$

eða

$$R_L^2 + 2R_L R_{Th} + R_{Th}^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{Th} = 0$$

eða

$$R_{Th}^2 - R_L^2 = 0$$

og

$$R_{Th} = R_L$$

Hámarksaflið verður þá

$$(P_L(t))_{max} = \frac{v_o^2}{R_L} = \frac{V_{Th}^2}{R_{Th}} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$$

kallað mesta fánlegt afl og það er fáanlegt aðeins ef **álagsviðnámið** R_L er **aðhæft** að rásinni.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.8.