Rafeindatækni fastra efna:

Hleðsluberar í hálfleiðurum

Kafli 7

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

8. vika haust 2003

Hálfleiðarar

- Ge, Si og C atóm sem raðast í demantgrind hafa fjóra næstu granna sem sérhver hefur fjórar rafeindir á ysta hvolfi
- Í þessum kristöllum deilir sérhvert atóm gildisrafeindum sínum með fjórum grönnum
- Bindikrafturinn stafar af skammtafræðilegri víxlverkun milli þessara deildu gildisrafeinda og tengin því nefnd **gildistengi** (e. covalent bond)
- Samsettur hálfleiðari eins og GaAs hefur blönduð tengi, sem bæði hafa jóníska- og samgilda eiginleika

Hálfleiðarar

- Rafeindir á stöku einangruðu atómi hafa stök orkuástönd eða brautir
- Orkustig rafeinda á vetnisatómi eru gefin með líkani Bohr

$$E_{\mathrm{H}} = -\frac{m_{\mathrm{e}} q^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{13.6}{n^2}$$

  þar sem

  m_{e} er massi frjálsrar rafeindar

  q er hleðsla rafeindar

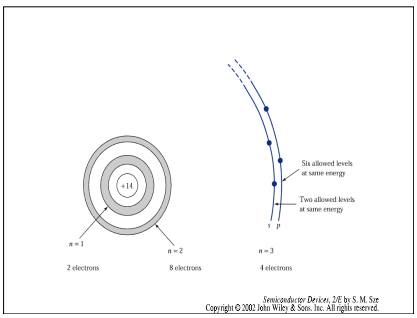
  ϵ_0 er rafsvörunarstuðull lofttæmis

  h er fasti Planck

  n er heil jákvæð tala, **meginskammtatala**

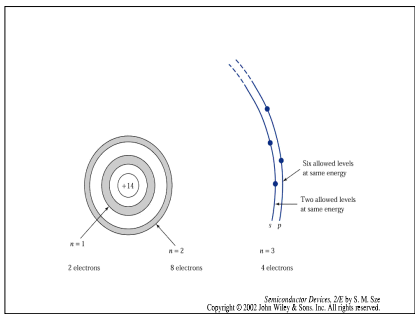
- Hin stöku orkuástönd eru -13.6 eV fyrir grunnorkustigið ($n = 1$), -3.4 eV fyrir fyrsta örvaða ástand ($n = 2$) o. s. frv.

Hvel - borðar



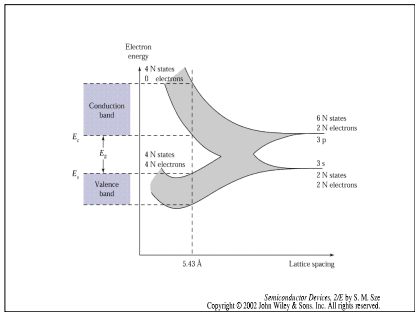
- Samgild tengi eiga sér stað milli atóma sama frumefnis eða ólíkra frumefna sem hafa svipaða rafeindaskipun ytri hvela
- Myndin sýnir einangrað kísilatóm sem hefur 14 rafeindir. Af þessum 14 eru 10 á innri hvelum
- Hinar 4 eru tiltölulega veikar bundnar og geta tekið þátt í efnahvörfum

Hvel - borðar



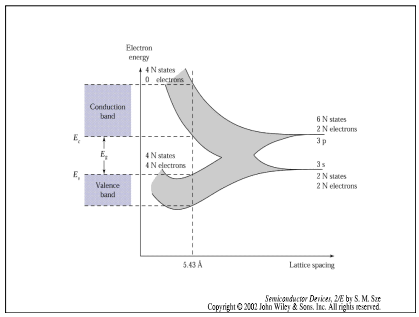
- Það þarf því aðeins að huga að ysta hveli ($n = 3$) fyrir gildisrafeindir þar eð tvö innri hvelin eru algerlega full
- 3s hvelið (þ.e. $n = 3$ og $\ell = 0$) hefur tvö leyfð ástönd og í því sitja tvær gildisrafeindir við $T = 0$ K
- 3p hvelið (þ.e. $n = 3$ og $\ell = 1$) hefur sex leyfð ástönd og í því sitja tvær gildisrafeindir við $T = 0$ K

Hvel - borðar



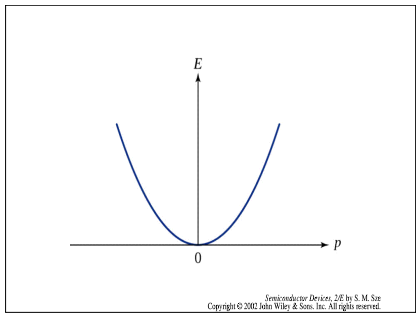
- Myndun kísilkristalls úr N einagruðum kísilatómum
- Þegar fjarlægðin á milli atóma minnkar, þá renna 3s og 3p hluthvel hinna N kísilatóma saman og skarast, mynda borða
- Við tiltekna jafnvægisfjarlægð klofna borðarnir aftur upp, fjögur skammtaástönd á atómi í lægri borðanum og fjögur í þeim efri

Hvel - borðar



- Við alkul sitja allar rafeindirnar í lægstu leyfðu ástöndunum (gildisborða)
- Efri ástöndin eru ósetin og tóm (leiðniborði)
- E_g er orkan sem þarf til að losa rafeind upp í leiðniborða og skilja eftir holu í gildisborða

Orkugeil-borðar



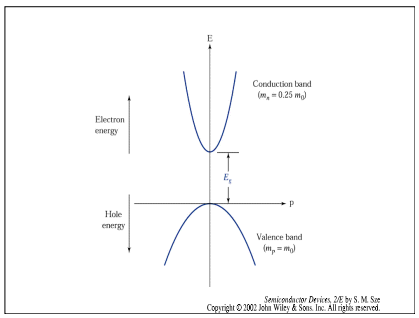
- Orka frjálsrar rafeindar er gefin með

$$E = \frac{p^2}{2m_e}$$

  þar sem p er skriðþungi og m_e er massi frjálsrar rafeindar
- Vegna lotubundna mættis kjarnans þarf að skipta á massa frjálsrar rafeindar með virkum massa

$$E = \frac{p^2}{2m_e^*}$$

Orkugeil-borðar

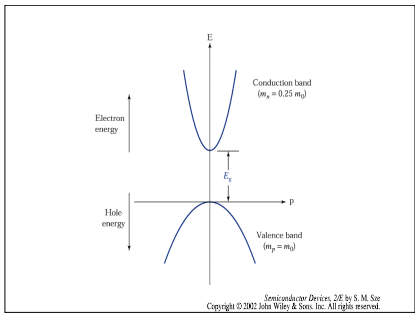


- Virki massi rafeindarinnar er háður eiginleikum hálfleiðarans

$$m_{\mathrm{e}}^{*} = \left(\frac{d^2 E}{dp^2} \right)^{-1}$$

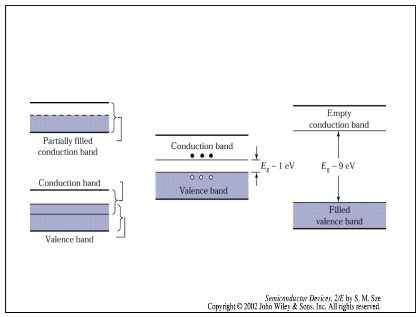
- Sama má rita fyrir holur
- Mjórri fleygbogi svarar þess vegna til stærri annarrar afleiðu og minni virks massa

Orkugeil-borðar



- Myndin sýnir samband orku og skriðþunga í hálfleiðara með virkan massa rafeinda $m_{\mathrm{e}}^{*} = 0.25 m_{\mathrm{e}}$ í leiðniborða og virkan massa hola $m_{\mathrm{h}}^{*} = m_{\mathrm{e}}$ í gildisborða
- Aðskilnaður borða við $p = 0$ er orkugeilin E_{g}
- Raunverulegt smaband orku og skriðþunga í kísli og GaAs er mun flóknara

Orkugeil



- (a) Leiðari (leiðniborði fylltur að hluta eða borðar skarast)
- (b) Hálfleiðari
- (c) Einangrari

Orkugeil

- Þegar atóm koma saman í þéttefni mynda brautir rafeindanna orkuborða
- Á milli borðanna eru svæði, tiltekin orkugildi, sem rafeindir þéttefnisins geta ekki setið, nefnd **orkugeil**
- Efri borðinn er nefndur **leiðniborði** og sá neðri **gildisborði**
- Orkuaðskilnaður lægsta hluta leiðniborða, E_{c} og efsta hluta gildisborða, E_{v} er orkugeilin, E_{g}
- Orkugeilin er einn mikilvægasti eiginleiki hálfleiðara

Orkugeil

- Við stofuhita og eðlilegan andrúmsloftsþrýsting er orkugeil kísils 1.12 eV og GaAs 1.42 eV
- Orkugeilin breytist með hitastigi samkvæmt

$$E_{\mathrm{g}} = 1.17 - \frac{(4.73 \times 10^{-4})T^2}{(T + 636)}$$

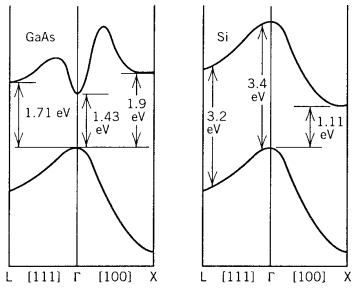
fyrir kísil og

$$E_{\mathrm{g}} = 1.52 - \frac{(5.4 \times 10^{-4})T^2}{(T + 204)}$$

fyrir GaAs

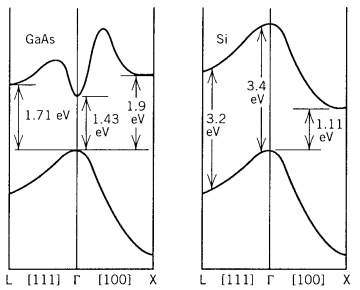
- Fyrir báða þessa hálfleiðara er $\mathrm{d}E_{\mathrm{g}}/\mathrm{d}T$ neikvætt og orkugeilin minnkar með auknu hitastigi

Orkuborðar



- Myndin sýnir orkuborða kísils og GaAs þar sem orka er teiknuð sem fall af skriðþunga hleðslubera í tvær kristallastefnur
- Orkan er teiknuð í hásamhverfu [111] og [100] stefnur kristallsins, k = 0 er táknað með Γ
- Orkugeilin E_{g} er á milli neðsta hluta leiðniborða og hæsta hluta gildisborða

Orkuborðar



- Fyrir kísil sést að hágildi gildisborða er við $k = 0$ en lággildi leiðniborða er í [100] stefnuna
- Til að flytja rafeind úr gildisborða upp í leiðniborða þarf því að koma til orka ($> E_{\mathrm{g}}$) og breyting þarf að verða í skriðþunga
- Kísill hefur þess vegna **óbeina orkugeil**

Orkugeil

- Í hálfleiðara með **beina orkugeil** eins og GaAs, þá getur rafeind í leiðniborða fallið í tómt sæti í gildisborða og gefið frá sér orkumuninn sem ljóseind
- Í hálfleiðara með óbeina orkugeil getur rafeindin ekki fallið beint niður í gildisborða heldur þarf einnig að koma til breyting í skriðþunga rafeindarinnar
- Orkan fer þá gjarnan sem varmi til grindar fremur en sem útgeislun ljóseindar
- Rafeindir má örva með varma eða ljósi út úr gildistengi upp í leiðniborða og er hún þá frjáls til að taka þátt í leiðniferli hálfleiðarans
- Þegar rafeind er örvuð úr gildisborða upp í leiðniborða þá verður eftir hola í gildisborða og myndað hefur verið rafeinda-holu-par

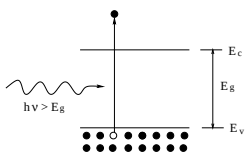
Virkur massi

- Rafeindir í kristalli eru ekki fullkomlega frjálsar, þær víxlverka við lotubundið mætti kristallsgrindarinnar
- Vegna lotubundna mættisins er innleiddur **virkur massi**

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}$$

  þar sem k er bylgjutala agnar
- Krappi borðans ákvarðar því virkan massa agnar
- Rafeind í leiðniborða gallín arsen, sem lýsa má sem mjóum fleygboga, hefur virkan massa $0.07m_\mathrm{e}$
- Rafeind í leiðniborða kísils, sem lýsa má með víðum fleygboga, hefur virkan massa $0.19m_\mathrm{e}$. Virkur massi rafeinda í kísli ræðst af kristalstefnu, $0.19m_\mathrm{e}$ er virkur massi hornrétt á [100] stefnuna

Eigin hálfleiðari



- Fullkominn hálfleiðarakristallur sem inniheldur engin óhreinindi eða grindarveilur er nefndur **eigin hálfleiðari** (e. intrinsic semiconductor)
- Þá eru engir frjálsir hleðsluberar til staðar við alkul, þar sem gildisborði er fullur og leiðniborði er tómur
- Við hærri hitastig myndast rafeinda-holu-pör, n rafeindir í leiðniborða og p holur í gildisborða
- Fyrir eigin hálfleiðara er

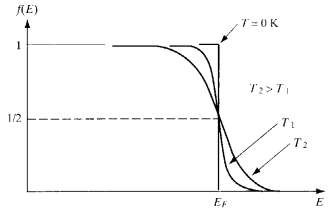
$$n = p = n_\mathrm{i}$$

Tölfræði Fermi-Dirac

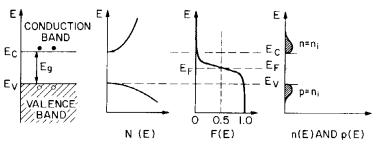
- Rafeindir í þéttefni hlýta tölfræði Fermi-Dirac

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_\mathrm{F}}{kT}\right)}$$

  sem gefur líkur á að orkuástand E sé setið rafeind við hitastigið T
- Gildið E_F er Fermiorkustigið og við $E = E_\mathrm{F}$ er $f(E) = \frac{1}{2}$



Tölfræði Fermi-Dirac



- Nota má Fermifallið til að reikna þéttleika rafeinda og hola í hálfleiðara ef þéttleiki leyfðra ástanda í leiðni- og gildisborða eru þekktur
- Þéttleiki rafeinda í leiðniborða er

$$n = \int_\infty^{E_\mathrm{c}} f(E)N(E)dE$$

  þar sem $N(E)dE$ er ástandsþéttleiki á orkubilinu sem dE spannar
- Ástandsþéttleikinn er gefinn með

$$N(E) = 4\pi\left(\frac{2m^*}{h^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$$

Tölfræði hleðslubera

- Fyrir orkugildi sem eru $3kT$ ofan eða neðan við Fermiorkustigið þá má nálga Fermifallið með

  $$f(E) \approx \exp\left(-\frac{E - E_\mathrm{F}}{kT}\right) \quad \text{ef } E - E_\mathrm{F} > 3kT$$

  og

  $$f(E) \approx 1 - \exp\left(-\frac{E_\mathrm{F} - E}{kT}\right) \quad \text{ef } E - E_\mathrm{F} < 3kT$$

- Þá er þéttleiki rafeinda í leiðniborða

  $$n \approx N_\mathrm{C} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F}}{kT}\right)$$

  þar sem

  $$N_\mathrm{C} = 2\left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

  er **virkur ástandsþéttleiki í leiðniborða**

Tölfræði hleðslubera

- Á sama hátt fæst þéttleiki hola í gildisborða

  $$p \approx N_\mathrm{V} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v}}{kT}\right)$$

  þar sem

  $$N_\mathrm{V} = 2\left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

  er **virkur ástandsþéttleiki í gildisborða**

- Nú má setja

  $$np = N_\mathrm{C} N_\mathrm{V} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{g}}{kT}\right) = n_\mathrm{i}^2$$

Tölfræði hleðslubera

- Jöfnurnar má umrita

  $$n = n_\mathrm{i} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{F} - E_\mathrm{i}}{kT}\right)$$

  $$p = n_\mathrm{i} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{i} - E_\mathrm{F}}{kT}\right)$$

  þar sem E_i er eiginorkustigið

- Við stofuhita er

  $$N_\mathrm{C} = 2.8 \times 10^{19} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

  $$N_\mathrm{V} = 1.04 \times 10^{19} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

  fyrir kísil og

  $$N_\mathrm{C} = 4.7 \times 10^{17} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

  $$N_\mathrm{V} = 7 \times 10^{18} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

  fyrir GaAs

Tölfræði hleðslubera

- Fermiorkustigið í eiginleiðandi hálfleiðara er

  $$E_\mathrm{F} = E_\mathrm{i} = \frac{E_\mathrm{c} + E_\mathrm{v}}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_\mathrm{v}}{N_\mathrm{c}}\right)$$

- Nú er

  $$np = n_\mathrm{i}^2$$

  svo

  $$n_\mathrm{i}^2 = N_\mathrm{v} N_\mathrm{c} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{g}}{kT}\right)$$

  og

  $$n_\mathrm{i} = \sqrt{N_\mathrm{v} N_\mathrm{c}} \exp\left(-\frac{E_\mathrm{g}}{2kT}\right)$$

  þar sem

  $$E_\mathrm{g} = E_\mathrm{c} - E_\mathrm{v}$$

  og

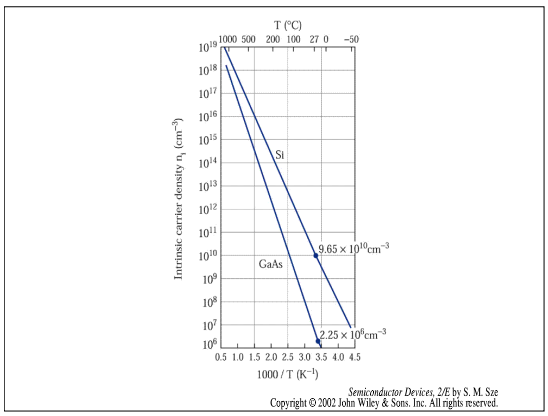
  $$n_\mathrm{i} = 9.65 \times 10^{9} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

  fyrir kísil og

  $$n_\mathrm{i} = 2.25 \times 10^{6} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

  fyrir GaAs

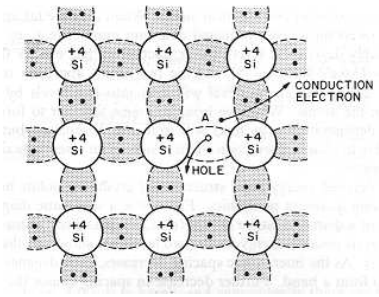
Eigin hálfleiðari



- Eiginþéttleiki í kísli og GaAs sem fall af umhverfu hitastigs

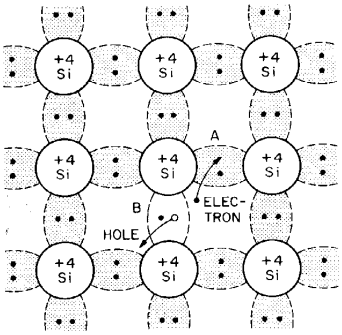
Íbættur hálfleiðari

- Þegar kristallur er íbættur eru mynduð ný orkustig sem gjarnan sitja í orkugeilinni



- Á myndinn sést kísilgrind þar sem einu kísilatómi hefur verið skipt út fyrir arsen atóm, sem hefur 5 gildisrafeindir
- Fimmta rafeindin er því gefin upp í leiðniborðann og kísillinn verður n-leiðandi og arsen er **rafgjafi**

Íbættir hálfleiðari



- Þegar bór atóm með þrjár gildisrafeindir er skipt inn fyrir kísilatóm er rafeind þegin af gildisborðanum til að mynda fjögur samgild tengi
- Þá verður til p-leiðandi hálfleiðari og bór er **rafþegi**

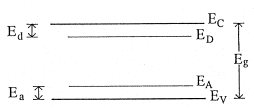
Hálfleiðarar

- Til að reikna orku veiluástands jónaðrar veilu er einfaldasta nálgunin að nota orku vetnisatómsins og skipta á m_e og virkum massa m^* og á ϵ_0 og rafsvörunarstuðli hálfleiðara ϵ_s

$$E_D = \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_s}\right)^2 \left(\frac{m^*}{m_e}\right) E_H$$

- Þetta er nálgun sem gildir fyrir grunnar veilur, gefur rétta stærðargráðu jónunarorku, en gildir ekki fyrir djúpar veilur, þ.e. ef jónunarorka veilur er $\geq 3kT$
- Fyrir grunnar veilur dugar varmaorka við stofuhita til að jóna alla rafgjafa og rafþega

Hálfleiðarar



- Við fullkomna jónun er

  $$n = N_{\mathrm{D}}$$

  í n-leiðandi efni sem einungis hefur rafgjafaíbætur og

  $$p = N_{\mathrm{A}}$$

  í p-leiðandi efni sem einungis hefur rafþegaíbætur
- Jónunarorka arsen rafgjafa er $E_{\mathrm{D}} = 54$ meV og bór rafþega $E_{\mathrm{A}} = 45$ meV í kísli
- Jónunarorka kísil rafgjafa er $E_{\mathrm{D}} = 5.8$ meV og zink rafþega er $E_{\mathrm{A}} = 31$ meV í GaAs

Íbættur hálfleiðari

- Fyrir íbættan hálfleiðara má rita

  $$E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{F}} = kT \ln\left(\frac{N_{\mathrm{c}}}{N_{\mathrm{D}}}\right)$$

- Því hærri sem rafgjafaþéttleikinn er því nær er Fermiorkustigið neðri brún leiðniborða
  Svipað gildir fyrir rafþegaíbót

  $$E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{v}} = kT \ln\left(\frac{N_{\mathrm{v}}}{N_{\mathrm{A}}}\right)$$

- Oft er hentugt að rita rafeinda- og holuþéttleika sem fall of eiginþéttleika n_{i} og eiginorkustiginu

  $$n = N_{\mathrm{C}} \exp\left[-(E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{F}})/kT\right]$$

  $$= N_{\mathrm{C}} \exp\left[-(E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{i}})/kT\right] \exp\left[-(E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{i}})/kT\right]$$

  eða

  $$n = n_{\mathrm{i}} \exp\left[(E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{i}})/kT\right]$$

  og

  $$p = n_{\mathrm{i}} \exp\left[(E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{F}})/kT\right]$$

Tölfræði hleðslubera

- Ef hvorutveggja rafgjafa og rafþegaíbætur eru í hálfleiðaranum þá ákvarðar sú íbót sem hefur hærri þéttleika leiðnigerð hálfleiðarans
- Fermiorkustigið stillir sig af til að varðveita hleðslujafnvægi

  $$n + N_{\mathrm{A}} = p + N_{\mathrm{D}}$$

  Notum

  $$np = n_{\mathrm{i}}^2$$

  og leysum fyrir hleðsluberaþéttleika í n-leiðandi hálfleiðara

  $$n_{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}\left[N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} + \sqrt{(N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}})^2 + 4n_{\mathrm{i}}^2}\right]$$

  og

  $$p_{\mathrm{n}} = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{n_{\mathrm{n}}}$$

- Þá eru rafeindir **ríkjandi hleðsluberar** og holur **víkjandi hleðsluberar**

Tölfræði hleðslubera

- Á sama hátt gildir fyrir p-leiðandi efni

  $$p_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\left[N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{D}} + \sqrt{(N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{D}})^2 + 4n_{\mathrm{i}}^2}\right]$$

  og

  $$n_{\mathrm{p}} = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{p_{\mathrm{p}}}$$

- Yfirleitt er virkur íbótarþéttleiki $|N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}}|$ mun stærri en eiginþéttleikinn n_{i} svo að

  $$n_{\mathrm{n}} \approx N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} \quad \text{ef} \quad N_{\mathrm{D}} > N_{\mathrm{A}}$$

  og

  $$p_{\mathrm{p}} \approx N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{D}} \quad \text{ef} \quad N_{\mathrm{A}} > N_{\mathrm{D}}$$

$\Longrightarrow$ Dæmi 7.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 7.2.

Jónunarorkan

- Þeir hleðsluberar sem aðgengilegir eru í hálfleiðara við gefið hitastig eru dreifðir á orkuborða og veiluástönd
- Við jafnvægi er hleðsluberadreifingin fengin með færslum hleðslubera á milli borða og veiluástanda
- Þéttleiki frjálsra bera í orkuborða ræðst þannig af þéttleika veiluástanda
- Hegðan þéttleikans við hitastigsbreytingu gefur veiluþéttleikann og tilsvarandi jónunarorku, það er stöðu veilunnar í orkugeilinni.
- Í hreinum hálfleiðandi kristalli myndast hola í gildisborðann fyrir sérhverja rafeind sem er örvuð upp í leiðniborðann. Þess vegna er talað um rafeinda-holu par

Jónunarorkan

- Sé notuð fleygboga tengsl orku og ástandsþéttleika í gildis- og leiðniborða þá má reikna rafeinda og holuþéttleika n og p með

$$n = 2\int_{E_C}^{\infty} \frac{N_C(E)dE}{1+\exp[-(E-E_F)/kT]} \quad (1)$$

$$p = 2\int_{-\infty}^{E_V} \frac{N_V(E)dE}{1+\exp[-(E_F-E)/kT]} \quad (2)$$

þar sem $N_C(E)$ er ástandsþéttleiki á leiðniborðanum

$$N_C = 2\left(\frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

og

$$N_V = 2\left(\frac{m_h^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

er ástandsþéttleiki á gildisborðanum. Stuðullin tveir endurspeglar þá staðreynd að hvert orkustig hefur tvær spunastefnur

Jónunarorkan

- Skoðum nú hálfleiðara sem inniheldur rafvirkar veilur
- Athugum tilfellið þar sem hálfleiðari hefur eitt rafgjafaorkustig í E_D og eitt rafþegaorkustig í E_A
- Fyrir rafgjafa og rafþega sem hafa þéttleika N_D og N_A er þéttleiki rafeinda og hola í veiluástöndum

$$n_D = \frac{g_D N_D}{g_D + \exp[(E_C - E_D - E_F)/kT]} \quad (3)$$

$$p_A = \frac{g_A N_A}{g_A + \exp[(E_F - E_V - E_A)/kT]} \quad (4)$$

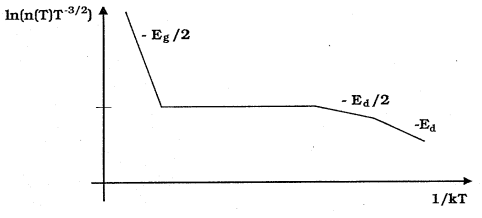
þar sem g_D og g_A eru margfeldnistuðlar rafgjafa og rafþega ástandanna.

- Fimmta jafnan lýsir rafhlutleysi hálfleiðarans

$$n + n_D - p - p_A = N_D - N_A \quad (5)$$

Jónunarorkan

- Til að finna n, p, n_D og p_A er nauðsynlegt að leysa kerfi fimm jafna (1) - (5) með fimm óþekktum. Fimmta breytan er efnismættinu E_F.
- Þessar jöfnur verður að leysa saman tölulega
- Á ákveðnum hitastigsbilum má gera nálganir sem gera það mögulegt að fá fram einfaldar lausnir



Jónunarorkan

- Skoðum nú þessar nálganir fyrir n-leiðandi hálfleiðara ($N_\mathrm{D} > N_\mathrm{A}$), sem hefur að geyma einfalda rafgjafa og rafþega í tilfellinu $g_\mathrm{D} = 2$ og $g_\mathrm{A} = 2$.
- Mikilvægt tilfelli er þegar hitastigið er það lágt að $N_\mathrm{D} \gg N_\mathrm{A} > n$ þá er

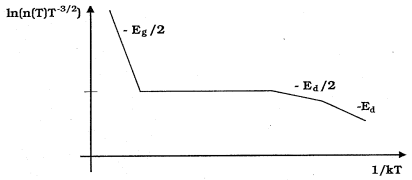
$$n = \frac{N_\mathrm{C}(N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A})}{2N_\mathrm{A}} \exp[-E_\mathrm{D}/kT]$$

- Lausn umhverfis stofuhitastig. Þegar $kT \approx E_\mathrm{D}$, það er $\exp(-E_\mathrm{D}/kT) \approx 1$ þá er $n_\mathrm{D} \ll N_\mathrm{D}$ og allir rafgjafar og rafþegar eru jónaðir. Þá er

$$n - p = N_\mathrm{D} - N_\mathrm{A}$$

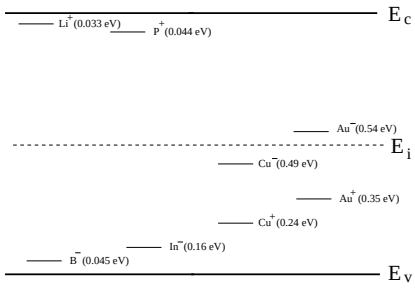
- Flest hálfleiðandi tól eru hönnuð til að vinna við stofuhita, og venjulega eru rafgjafa- og rafþegaíbætur nær að fullu jónaðar í slíkum tólum við það hitastig

Jónunarorkan



- Skoðum n-leiðandi hálfleiðara ($N_D > N_A$). Framangreindar jöfnur gefa $n(T)$ á hinum ýmsu hitastigsbilum, og segja að graf af $\ln(nT^{-3/2})$ á móti T^{-1} sé nálgað með beinni línu með hallatölu $E_d, E_d/2, 0$ og $E_g/2$ með auknu hitastigi.

Íbótarveilur í kísli



- Íbótarveilan er ýmist rafgjafi (jákvæð) eða rafþegi (neikvæð) þegar hún er jónuð
- Sumar veilur geta myndað mörg orkustig í orkugeilinni eins og t.d. gull
- Au myndar rafgjafaástand (Au^+) 0.34 eV ofan við gildisborða og rafþegaástand (Au^-) 0.54 eV neðan við leiðniborða

Leiðni og hreyfanleiki

- Lögmál Ohms segir að straumþéttleiki sé í réttu hlutfalli við rafsvið

$$J = \sigma\mathcal{E}$$

  þar sem

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_\mathrm{n}^*} \quad [\Omega\mathrm{cm}]^{-1}$$

  er leiðni vegna rafeinda
- Þetta má einnig rita

$$\sigma = qn\mu_\mathrm{n}$$

  þar sem

$$\mu_\mathrm{n} = \frac{q\tau}{m_\mathrm{n}^*}$$

  er **hreyfanleiki** rafeinda, sem lýsir reki rafeinda í þéttefni
- Sama gildir fyrir holur

Leiðni og hreyfanleiki

- Hreyfanleika má líta á sem meðalrekhraða á rafsviðseiningu

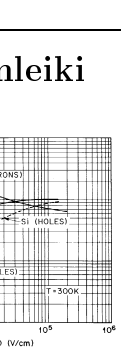
$$\mu_{\mathrm{n}} = -\frac{\langle v \rangle}{\mathcal{E}}$$

- Ef bæði holur og rafeindir bera straum má rita

$$J = q(n\mu_{\mathrm{n}} + p\mu_{\mathrm{p}})\mathcal{E} = \sigma\mathcal{E}$$

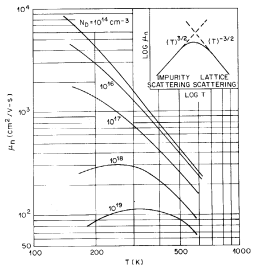
- Hreyfanleiki ákvarðast af virkum massa m^* og meðal frjálsum tíma τ
- Við væntum að m^* sé lítill í kröppum leiðniborða GaAs og hreyfanleiki því hár
- Meðal frjáls tími τ ákvarðast af hitastigi og íbótarþéttleika hálfleiðarans

Leiðni og hreyfanleiki



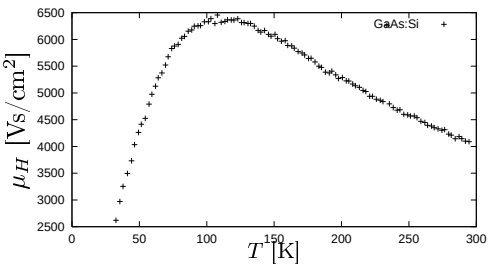
- Rekhraði sem fall af rafsviðsstyrk í GaAs og kísli
- Við lágan rafsviðsstyrk er rekhraðinn línulega háður álögðu sviði
- Það gildir á meðan tími milli árekstra τ er óháður álögðu sviði
- Þegar rafsviðsstyrkurinn er aukinn (10^3 V/cm) verður leiðnin σ háð rafsviðinu
- Þá er rekhraðinn af svipaðri stærð og varmahreyfing hleðsluberanna $v_{\mathrm{th}} \approx 10^7$ m/s og umfram orkan fer fremur til grindar en í að auka hraða hleðsluberanna–mettun

Leiðni og hreyfanleiki



- Tvö megin ferlin sem áhrif hafa á hreyfanleika hleðslubera eru
  - dreifing vegna grindartitrings
  - dreifing vegna veilna
- Vægi dreifingar vegna grindartitrings eykst með auknu hitastigi og þess vegna fellur hreyfanleikinn með aukunu hitastigi
- Við lág hitastig er dreifing frá veilum kristallinum ráðandi

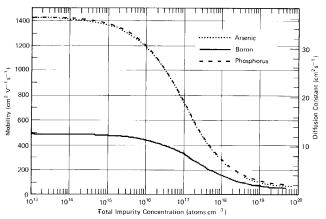
Leiðni og hreyfanleiki



- Hreyfanleiki í kísilíbættu GaAs mældur með Hall- og leiðnimælingu

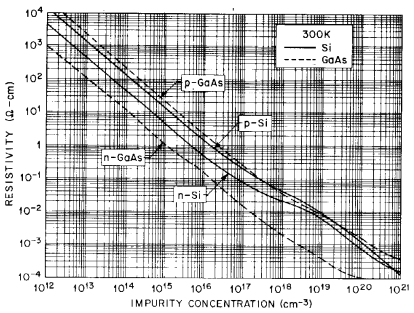
$\Longrightarrow$ Dæmi 7.3.

Leiðni og hreyfanleiki



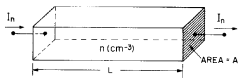
- Hreyfanleiki rafeinda og hola í kísli við stofuhita
- Í lítið íbættu efni er hreyfanleiki vegna jónaðra veilna hærri en hreyfanleiki vegna grindartitrings, þess vegna er hreyfanleiki, bæði rafeinda og hola, nær óháður íbótarþéttleika neðan við 10^{15} cm^{-3}
- Við hærri íbótarþéttleika er dreifing vegna jónaðrar íbótar af svipaðri stærðargráðu og grindartitringur og hreyfanleiki minnkar með aukinni íbót

Leiðni og hreyfanleiki



- Viðnám sem fall af íbótarþéttleika í kísli og GaAs við 300 K
- Við þetta hitastig eru allar grunnar rafgjafa- og rafþegaíbætur fulljónaðar

Leiðni og hreyfanleiki



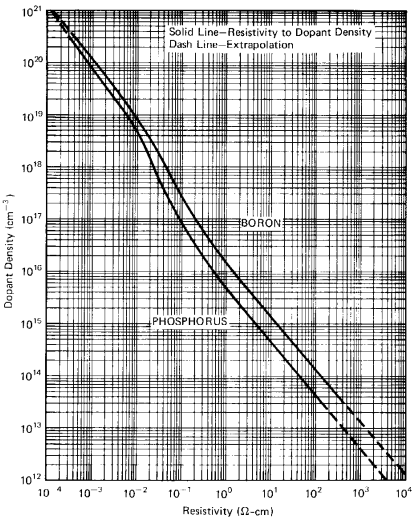
- **Viðnám** er eðliseiginleiki rásaeiningar eða tóls og er táknað með R þar sem

$$R = \frac{\rho L}{Wd} = \frac{L}{Wd}\frac{1}{\sigma}$$

og A er þverskurðarflatarmál, ρ er eðlisviðnám og L er lengd.

Efni	Eðlisviðnám [Ω cm]
Kísill	2.3×10^{5}
Kolefni	4×10^{-3}
Ál	2.7×10^{-6}
Kopar	1.7×10^{-6}
Polystyrene	1×10^{18}

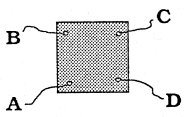
Leiðni og hreyfanleiki



- Íbótarþéttleiki sem fall af eðlisleiðni við 296 K fyrir kísil íbættum með bór og fosfór

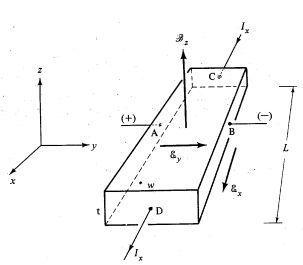
$$\sigma = q(n\mu_{\mathrm{n}} + p\mu_{\mathrm{p}})$$

Hallhrif í hálfleiðurum



- Hallhrif má nota til að ákvarða
  - Hleðsluberaþéttleika
  - Ríkjandi hleðslubera í efninu
- Ef Hallmælingar eru notaðar til að mæla hleðsluberaþéttleika sem fall af hitastigi má ákvarða örvunarorku ráðandi veilu í efninu
- Ef að auki er mælt eðlisviðnám efnisins má ákvarða hreyfanleika ríkjandi hleðslubera

Hallhrif í hálfleiðurum



- Hleðsluberar sem hreyfast hornrétt á stefnu segulsviðs verða fyrir stefnubreytingu vegna Lorentzkraftsins

$$\mathbf{F} = e(\mathcal{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

er þá kraftur á holu með hleðslu e

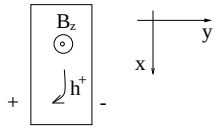
- Nú er

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} B_\mathrm{z}$$

- Þannig að

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\hat{\mathbf{j}} v_\mathrm{x} B_\mathrm{z}$$

Hallhrif í hálfleiðurum



- Þannig er

$$F_y = e(\mathcal{E}_y - v_\mathrm{x} B_\mathrm{z})$$

- Ef holur eiga að geta flætt í x-stefnu án þess að fá hröðun í y-stefnu vegna $ev_\mathrm{x}B_\mathrm{z}$ verður að gilda

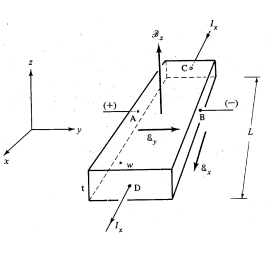
$$F_\mathrm{y} = 0$$

sem jafngildir

$$\mathcal{E}_\mathrm{y} = v_\mathrm{x} B_\mathrm{z}$$

- Þetta hefur í för með sér Hallspennu $V_\mathrm{H} = \mathcal{E}_y w$

Hallhrif í hálfleiðurum



- Straumurinn um sýnið ræðst af hleðsluberaþéttleika og hraða þeirra

$$I_\mathrm{x} = wdpev_\mathrm{x}$$

fyrir holur

- Straumþéttleiki er þá

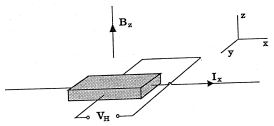
$$j_\mathrm{x} = epv_\mathrm{x}$$

- Þá er rafsviðið

$$\mathcal{E}_y = v_\mathrm{x} B_\mathrm{z} = \frac{j_\mathrm{x}}{ep} B_\mathrm{z} = R_\mathrm{H} j_\mathrm{x} B_\mathrm{z}$$

- Stærðin R_H er nefnd Hallfasti.

Hallhrif í hálfleiðurum



- Hallspennan myndast hornrétt á bæði segulsviðið og strauminn.
- Hallspennan er gefin með

$$V_{\mathrm{H}} = \frac{R_{\mathrm{H}} I_x B_z}{d}$$

þar sem d er þykkt sýnisins í stefnu segulsviðsins, I_x er straumurinn í gegnum sýnið og B_z er segulsviðið hornrétt á sýnið.

- Þar eð stefna Lorentz kraftsins ræðst af hleðslu ríkjandi bera, gefur formerki Hallspennunnar til kynna hvort leiðnin fer fram með rafeindum eða holum.

Hallhrif í hálfleiðurum

- Hallspennan er mæld fyrir þekkt segulsvið B_{z} og straum I_{x} og út frá Hallspennunni finnum við Hallfastann
- Hallfastinn R_{H} er neikvæður fyrir frjálsar rafeindir.
- Við ritum fyrir rafeindir annars vegar

$$R_{\mathrm{H}} = -\frac{1}{ne}$$

og holur hins vegar

$$R_{\mathrm{H}} = \frac{1}{pe}$$

Leiðnimælingar í hálfleiðurum

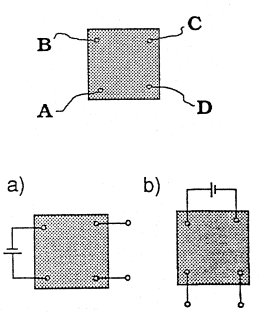
- Eðlisviðnám er skilgreint sem

$$\rho = \frac{Rwd}{L} = \frac{V_{CD}/I_{\mathrm{x}}}{L/wd}$$

og hefur einninguna Ωm.

- Sýna má fram á að hægt sé að mæla eðlisviðnám sýnis með óreglulega lögun ef það uppfyllir eftirfarandi skilyrði:
  1. Snerturnar séu á jaðri sýnisins.
  2. Snertunar séu nægilega litlar.
  3. Sýnið hafi einsleita þykkt.
  4. Yfirborð sýnisins sé einfaldlega samhangandi, það er ekki séu einangruð göt í sýninu.

Leiðnimælingar í hálfleiðurum



- Skilgreint er viðnámið $R_{\mathrm{AB,CD}}$ sem spennumunurinn á milli snerta D og C á straumeiningu sem um snerturnar A og B fer þegar tengt er eins og mynd a) sýnir.
- Þetta er ritað $R_{\mathrm{AB,CD}} = \frac{V_{\mathrm{AB,CD}}}{I_{\mathrm{AB}}}$. Á hliðstæðan hátt er $R_{\mathrm{BC,DA}}$ skilgreint út frá tengingu á mynd b).

Leiðnimælingar í hálfleiðurum

- Sýnt hefur verið að eðlisviðnámið er einkvæmt ákvarðað af $R_{\mathrm{AB,CD}}$ og $R_{\mathrm{BC,DA}}$ sem hlíta jöfnunni

$$\exp\left(\frac{-d\pi R_{\mathrm{AB,CD}}}{\rho}\right) + \exp\left(\frac{-d\pi R_{\mathrm{BC,DA}}}{\rho}\right) = 1$$

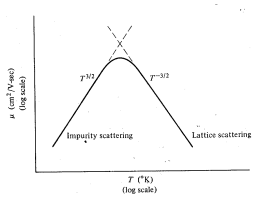
  þar sem ρ er eðlisviðnám efnis og d er þykkt sýnisins.

- Til að reikna út eðlisviðnámið er ritað

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2}\,\frac{R_{\mathrm{AB,CD}} + R_{\mathrm{BC,DA}}}{2}\; f\left(\frac{R_{\mathrm{AB,CD}}}{R_{\mathrm{BC,DA}}}\right)$$

  þar sem f er eingöngu fall af hlutfallinu $\frac{R_{\mathrm{AB,CD}}}{R_{\mathrm{BC,DA}}}$.

Hreyfanleiki



- **Hallhreyfanleikinn** er síðan skilgreindur út frá skilgreiningu

$$\sigma = ne^2\tau_{\mathrm{n}}/m_e = ne\mu_{\mathrm{n}}$$

  þannig að

$$\mu_{\mathrm{n}} = \frac{\sigma}{ne} = R_{\mathrm{H}}\sigma$$

  gildir fyrir rafeindir, og tilsvarandi fyrir holur.

Heimildir

[1] S. M. Sze, *Semiconductor devices: Physics and technology*, John Wiley & Sons, 2ed., 2002, kaflar 2.4 -2.7 og 3

[2] R. S. Muller og T. I. Kamins, *Device Electronics for Integrated Circuits*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1986, kafli 1

[3] Ben G. Streetman og Sanjay Banerjee, *Solid State Electronic Devices*, 5th ed., Prentice Hall, 2000, kafli 3

[4] J. Bourgoin og M. Lannoo, *Point Defects in Semiconductors II*, Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 35, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1983