## Verkleg eðlisfræði:

# Hallhrif í hálfleiðurum

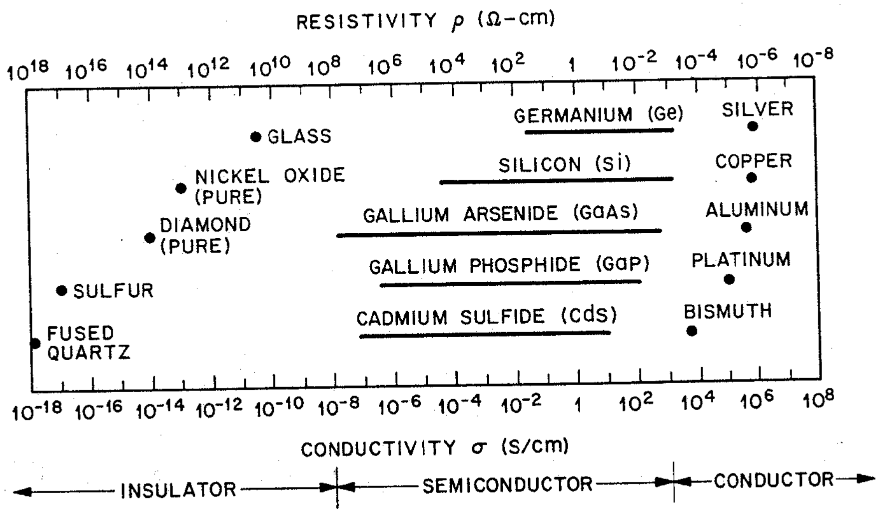
## Tilraun 5

**Jón Tómas Guðmundsson**

tumi@hi.is

**6. mars 2014**

# Hálfleiðarar




- Þéttefni má skipta í einangrara, hálfleiðara og leiðara
- Leiðni hálfleiðara er næm fyrir hitastigi, ljósi, segulsviði og magni óhreininda í efninu
- Þessi næmni leiðninnar gerir hálfleiðara mikilvægustu efnin í rafeindatækni

# Hálfleiðarar

Tveir mikilvægustu hálfleiðararnir fyrir tól og smárásir eru

- Si - kísill
- GaAs - gallín arsen

**Table 2** Element and Compound Semiconductors

| Element | IV–IV Compounds | III–V Compounds | II–VI Compounds | IV–VI Compounds |
|---|---|---|---|---|
| Si | SiC | AlAs | CdS | PbS |
| Ge | | AlSb | CdSe | PbTe |
| | | BN | CdTe | |
| | | GaAs | ZnS | |
| | | GaP | ZnSe | |
| | | GaSb | ZnTe | |
| | | InAs | | |
| | | InP | | |
| | | InSb | | |

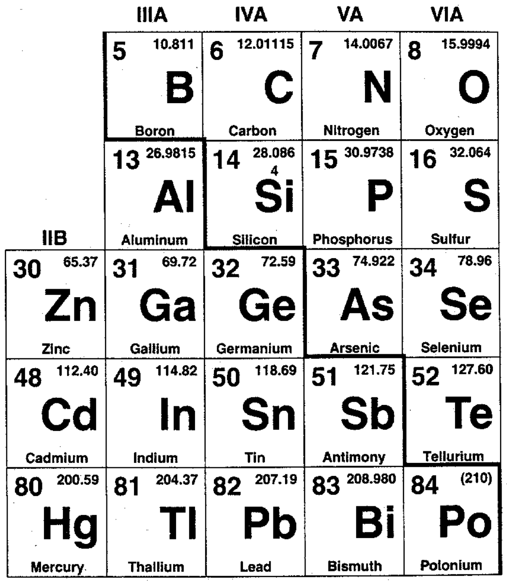
# Kísill

Kísill er mest notaða efnið í framleiðslu smárása

Kostir kísils:

- Auðvelt er að oxa kísil og mynda kísiloxíð
- Kísiloxíð er ágætur einangrari
- Nóg er af kísli í náttúrunni og verð upphafsefnis tiltölulega lágt
- Kísill hefur stærri orkugeil en german og getur því unnið við hærra hitastig

# Ræktun kísils




- Kísill kemur fyrir í náttúrunni, um fjórðungur jarðskorpunnar er kísill
- Það er mikilvægasta efnið fyrir rafeindaiðnaðinn
- Kísill er eitt mest rannsakaða frumefnið í náttúrunni.

# Hálfleiðarar

- Ge, Si og C atóm sem raðast í demantgrind hafa fjóra næstu granna sem sérhver hefur fjórar rafeindir á ysta hvolfi
- Í þessum kristöllum deilir sérhvert atóm gildisrafeindum sínum með fjórum grönnum
- Bindikrafturinn stafar af skammtafræðilegri víxlverkun milli þessara deildu gildisrafeinda og tengin því nefnd **gildistengi** (e. covalent bond)
- Samsettur hálfleiðari eins og GaAs hefur blönduð tengi, sem bæði hafa jóníska- og samgilda eiginleika

# Hálfleiðarar

- Rafeindir á stöku einangruðu atómi hafa stök orkuástönd eða brautir
- Orkustig rafeinda á vetnisatómi eru gefin með líkani Bohr

$$E_{\mathrm{H}} = -\frac{m_{\mathrm{e}} q^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{13.6}{n^2}$$

$m_{\mathrm{e}}$ er massi frjálsrar rafeindar

$q$ er hleðsla rafeindar

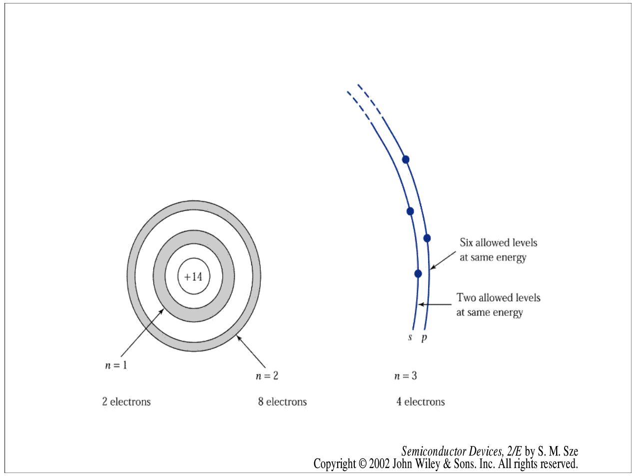
$\epsilon_0$ er rafsvörunarstuðull lofttæmis

$h$ er fasti Planck

$n$ er heil jákvæð tala, **meginskammtatala**

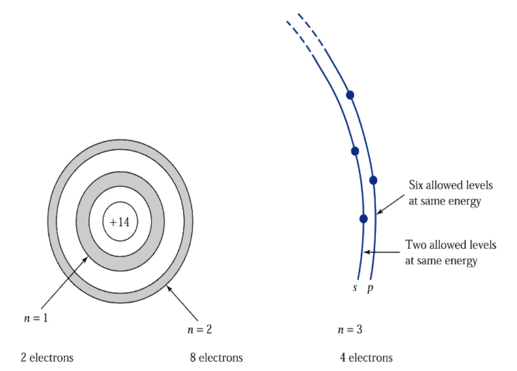
- Hin stöku orkuástönd eru -13.6 eV fyrir grunnorkustigið ($n = 1$), -3.4 eV fyrir fyrsta örvaða ástand ($n = 2$) o. s. frv.

# Hvel - borðar




- Samgild tengi eiga sér stað milli atóma sama frumefnis eða ólíkra frumefna sem hafa svipaða rafeindaskipun ytri hvela
- Myndin sýnir einangrað kísilatóm sem hefur 14 rafeindir
- Af þessum 14 eru 10 á innri hvelum
- Hinar 4 eru tiltölulega veikar bundnar og geta tekið þátt í efnahvörfum

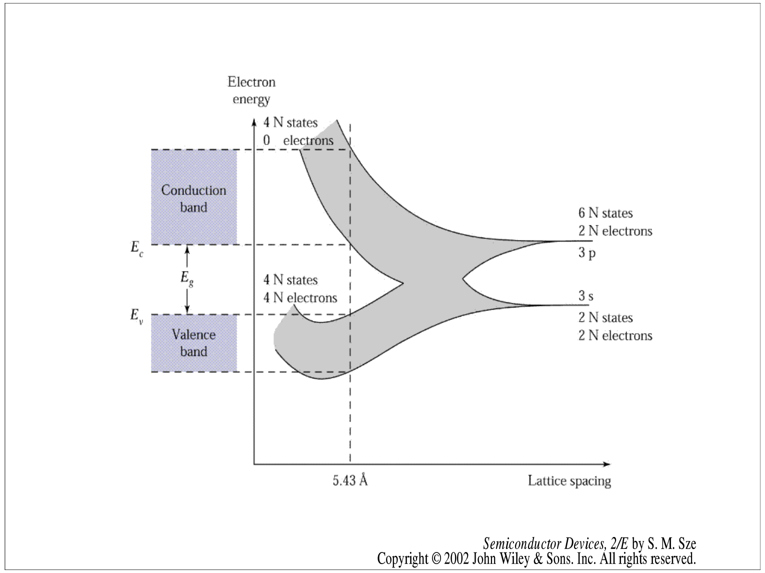
# Hvel - borðar





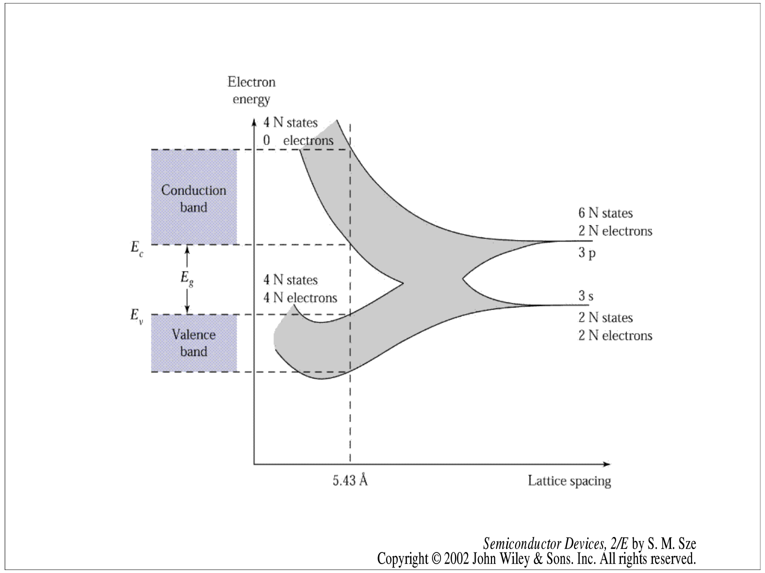
- Það þarf því aðeins að huga að ysta hveli ($n = 3$) fyrir gildisrafeindir þar eð tvö innri hvelin eru algerlega full
- 3s hvelið (þ.e. $n = 3$ og $\ell = 0$) hefur tvö leyfð ástönd og í því sitja tvær gildisrafeindir við $T = 0$ K
- 3p hvelið (þ.e. $n = 3$ og $\ell = 1$) hefur sex leyfð ástönd og í því sitja tvær gildisrafeindir við $T = 0$ K

# Hvel - borðar



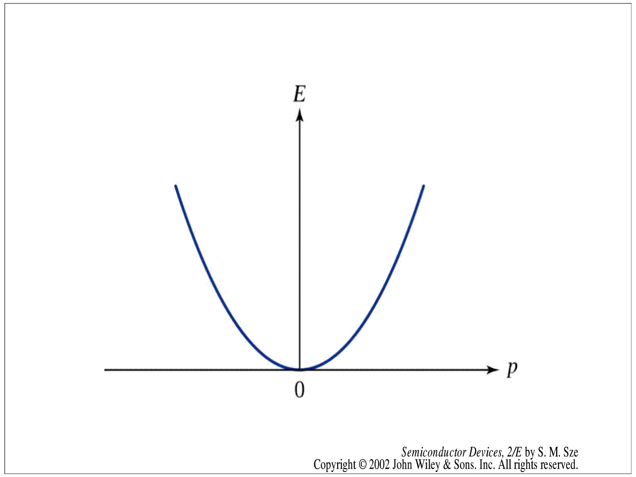

- Myndun kísilkristalls úr $N$ einagruðum kísilatómum
- Þegar fjarlægðin á milli atóma minnkar, þá renna 3s og 3p hluthvel hinna $N$ kísilatóma saman og skarast, mynda borða
- Við tiltekna jafnvægisfjarlægð klofna borðarnir aftur upp, fjögur skammtaástönd á atómi í lægri borðanum og fjögur í þeim efri

# Hvel - borðar




- Við alkul sitja allar rafeindirnar í lægstu leyfðu ástöndunum (gildisborða)
- Efri ástöndin eru ósetin og tóm (leiðniborði)
- $E_{\mathrm{g}}$ er orkan sem þarf til að losa rafeind upp í leiðniborða og skilja eftir holu í gildisborða

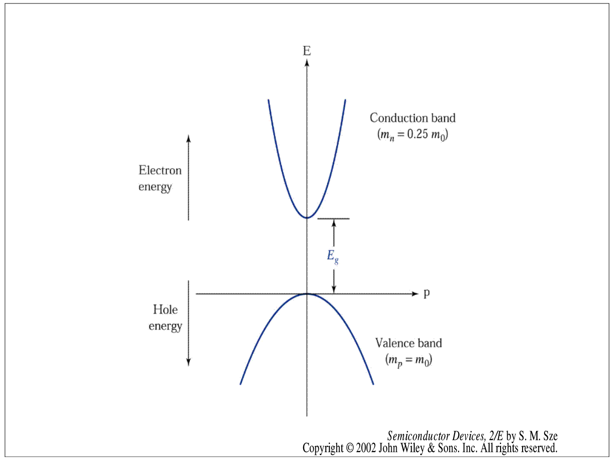
# Orkugeil-borðar




- Orka frjálsrar rafeindar er gefin með $E = \frac{p^2}{2m_\mathrm{e}}$ þar sem $p$ er skriðþungi og $m_\mathrm{e}$ er massi frjálsrar rafeindar
- Vegna lotubundna mættis kjarnans þarf að skipta á massa frjálsrar rafeindar með virkum massa

$$E = \frac{p^2}{2m_\mathrm{e}^*}$$

# Orkugeil-borðar

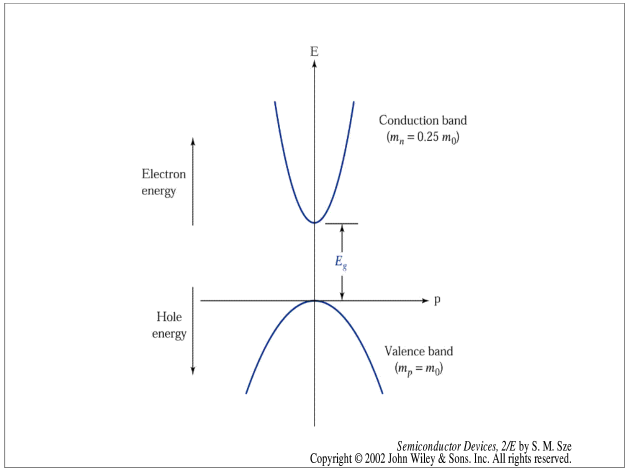



- Virki massi rafeindarinnar er háður eiginleikum hálfleiðarans

$$m_{\mathrm{e}}^{*} = \left(\frac{d^2E}{dp^2}\right)^{-1}$$

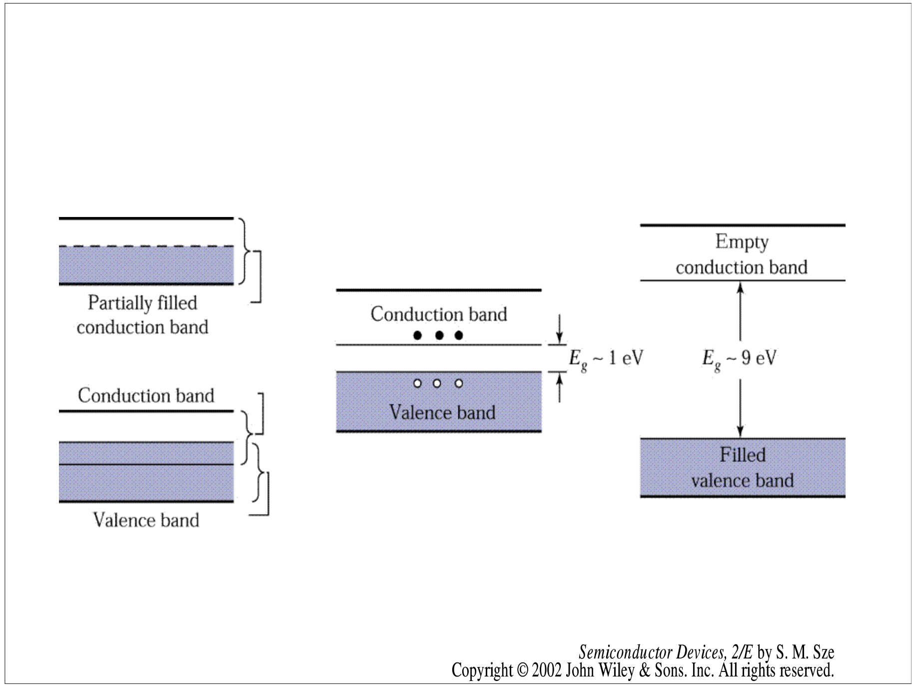
- Sama má rita fyrir holur
- Mjórri fleygbogi svarar þess vegna til stærri annarrar afleiðu og minni virks massa

# Orkugeil-borðar




- Myndin sýnir samband orku og skriðþunga í hálfleiðara með virkan massa rafeinda $m_{\rm e}^* = 0.25 m_{\rm e}$ í leiðniborða og virkan massa hola $m_{\rm h}^* = m_{\rm e}$ í gildisborða
- Aðskilnaður borða við $p = 0$ er orkugeilin $E_{\rm g}$
- Raunverulegt samband orku og skriðþunga í kísli og GaAs er mun flóknara

# Orkugeil




- (a) Leiðari (leiðniborði fylltur að hluta eða borðar skarast)
- (b) Hálfleiðari
- (c) Einangrari

# Orkugeil


- Þegar atóm koma saman í þéttefni mynda brautir rafeindanna orkuborða
- Á milli borðanna eru svæði, tiltekin orkugildi, sem rafeindir þéttefnisins geta ekki setið, nefnd **orkugeil**
- Efri borðinn er nefndur **leiðniborði** og sá neðri **gildisborði**
- Orkuaðskilnaður lægsta hluta leiðniborða, $E_\mathrm{c}$ og efsta hluta gildisborða, $E_\mathrm{v}$ er orkugeilin, $E_\mathrm{g}$
- Orkugeilin er einn mikilvægasti eiginleiki hálfleiðara

# Orkugeil

- Við stofuhita og eðlilegan andrúmsloftsþrýsting er orkugeil kísils 1.12 eV og GaAs 1.42 eV
- Orkugeilin breytist með hitastigi samkvæmt

$$E_\mathrm{g} = 1.17 - \frac{(4.73 \times 10^{-4})T^2}{(T + 636)}$$

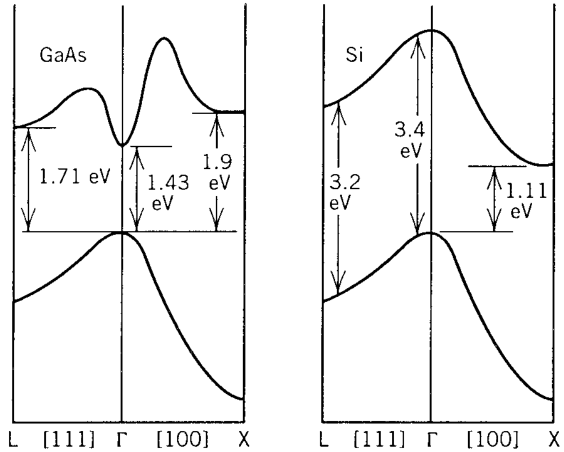
  fyrir kísil og

$$E_\mathrm{g} = 1.52 - \frac{(5.4 \times 10^{-4})T^2}{(T + 204)}$$

  fyrir GaAs

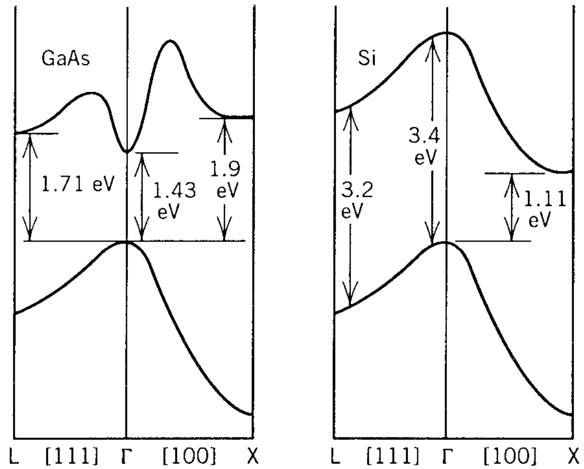
- Fyrir báða þessa hálfleiðara er $\mathrm{d}E_\mathrm{g}/\mathrm{d}T$ neikvætt og orkugeilin minnkar með auknu hitastigi

# Orkuborðar




- Myndin sýnir orkuborða kísils og GaAs þar sem orka er teiknuð sem fall af skriðþunga hleðslubera í tvær kristallastefnur
- Orkan er teiknuð í hásamhverfu [111] og [100] stefnur kristallsins, k = 0 er táknað með Γ
- Orkugeilin $E_\mathrm{g}$ er á milli neðsta hluta leiðniborða og hæsta hluta gildisborða

# Orkuborðar

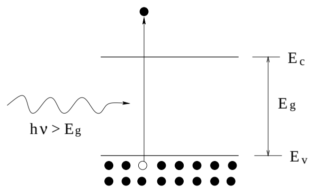



- Fyrir kísil sést að hágildi gildisborða er við $k = 0$ en lággildi leiðniborða er í [100] stefnuna
- Til að flytja rafeind úr gildisborða upp í leiðniborða þarf því að koma til orka ($> E_\mathrm{g}$) og breyting þarf að verða í skriðþunga
- Kísill hefur þess vegna **óbeina orkugeil**

# Orkugeil

- Í hálfleiðara með **beina orkugeil** eins og GaAs, þá getur rafeind í leiðniborða fallið í tómt sæti í gildisborða og gefið frá sér orkumuninn sem ljóseind
- Í hálfleiðara með óbeina orkugeil getur rafeindin ekki fallið beint niður í gildisborða heldur þarf einnig að koma til breyting í skriðþunga rafeindarinnar
- Orkan fer þá gjarnan sem varmi til grindar fremur en sem útgeislun ljóseindar
- Rafeindir má örva með varma eða ljósi út úr gildistengi upp í leiðniborða – frjáls til að taka þátt í leiðniferli hálfleiðarans
- Þegar rafeind er örvuð úr gildisborða upp í leiðniborða þá verður eftir hola í gildisborða og myndað hefur verið rafeinda-holu-par

# Eigin hálfleiðari




- Fullkominn hálfleiðarakristallur sem inniheldur engin óhreinindi eða grindarveilur er nefndur **eigin hálfleiðari** (e. intrinsic semiconductor)
- Þá eru engir frjálsir hleðsluberar til staðar við alkul, þar sem gildisborði er fullur og leiðniborði er tómur
- Við hærri hitastig myndast rafeinda-holu-pör, $n$ rafeindir í leiðniborða og $p$ holur í gildisborða
- Fyrir eigin hálfleiðara er

$$n = p = n_{\mathrm{i}}$$

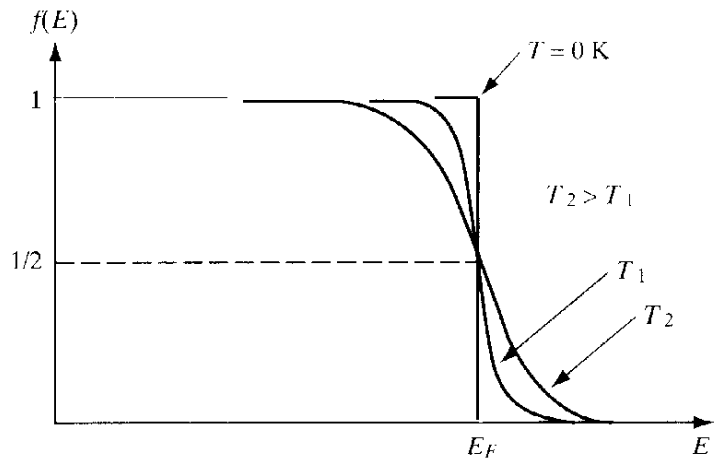
# Tölfræði Fermi-Dirac

- Rafeindir í þéttefni hlíta tölfræði Fermi-Dirac

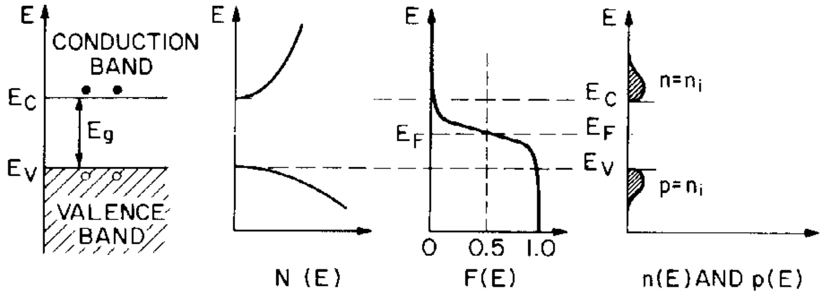
$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)}$$

sem gefur líkur á að orkuástand $E$ sé setið rafeind við hitastigið $T$

- Gildið $E_{\mathrm{F}}$ er Fermiorkustigið og við $E = E_{\mathrm{F}}$ er $f(E) = \frac{1}{2}$



# Tölfræði Fermi-Dirac




- Nota má Fermifallið til að reikna þéttleika rafeinda og hola í hálfleiðara ef þéttleikar leyfðra ástanda í leiðni- og gildisborða eru þekktir

- Þéttleiki rafeinda í leiðniborða er

$$n = \int_{\infty}^{E_c} f(E)N(E)dE$$

þar sem $N(E)dE$ er ástandsþéttleiki á orkubilinu sem $dE$ spannar

# Tölfræði hleðslubera

- Ástandsþéttleikinn er gefinn með

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2m^*}{h^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$

- Fyrir orkugildi sem eru $3kT$ ofan eða neðan við Fermiorkustigið þá má nálga Fermifallið með

$$f(E) \approx \exp\left( -\frac{E - E_{\mathrm{F}}}{kT} \right) \quad \text{ef} \;\; E - E_{\mathrm{F}} > 3kT$$

og

$$f(E) \approx 1 - \exp\left( -\frac{E_{\mathrm{F}} - E}{kT} \right) \quad \text{ef} \;\; E - E_{\mathrm{F}} < 3kT$$

# Tölfræði hleðslubera

- Þá er þéttleiki rafeinda í leiðniborða

$$n \approx N_{\mathrm{C}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)$$

þar sem

$$N_{\mathrm{C}} = 2\left(\frac{2\pi m^{*} kT}{h^{2}}\right)^{3/2}$$

er **virkur ástandsþéttleiki í leiðniborða**

# Tölfræði hleðslubera

- Á sama hátt fæst þéttleiki hola í gildisborða

$$p \approx N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{v}}}{kT}\right)$$

  þar sem

$$N_{\mathrm{V}} = 2\left(\frac{2\pi m^{*} kT}{h^{2}}\right)^{3/2}$$

  er **virkur ástandsþéttleiki í gildisborða**

- Nú má setja

$$np = N_{\mathrm{C}} N_{\mathrm{V}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{g}}}{kT}\right) = n_{\mathrm{i}}^{2}$$

# Tölfræði hleðslubera

- Jöfnurnar má umrita

$$n = n_{\rm i} \exp\left(-\frac{E_{\rm F} - E_{\rm i}}{kT}\right)$$

$$p = n_{\rm i} \exp\left(-\frac{E_{\rm i} - E_{\rm F}}{kT}\right)$$

  þar sem $E_{\rm i}$ er eiginorkustigið

- Við stofuhita er fyrir kísil

$$N_{\rm C} = 2.8 \times 10^{19} \ \ {\rm cm}^{-3} \quad {\rm og} \quad N_{\rm V} = 1.04 \times 10^{19} \ \ {\rm cm}^{-3}$$

  og GaAs

$$N_{\rm C} = 4.7 \times 10^{17} \ \ {\rm cm}^{-3} \quad {\rm og} \quad N_{\rm V} = 7 \times 10^{18} \ \ {\rm cm}^{-3}$$

# Tölfræði hleðslubera

- Fermiorkustigið í eiginleiðandi hálfleiðara er

$$E_{\mathrm{F}} = E_{\mathrm{i}} = \frac{E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{v}}}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_{\mathrm{v}}}{N_{\mathrm{c}}}\right)$$

- Nú er

$$np = n_{\mathrm{i}}^2$$

svo

$$n_{\mathrm{i}}^2 = N_{\mathrm{v}} N_{\mathrm{c}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{g}}}{kT}\right)$$

og

$$n_{\mathrm{i}} = \sqrt{N_{\mathrm{v}} N_{\mathrm{c}}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{g}}}{2kT}\right)$$

þar sem

$$E_{\mathrm{g}} = E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{v}}$$

# Tölfræði hleðslubera

- Þannig er eiginþéttleikinn

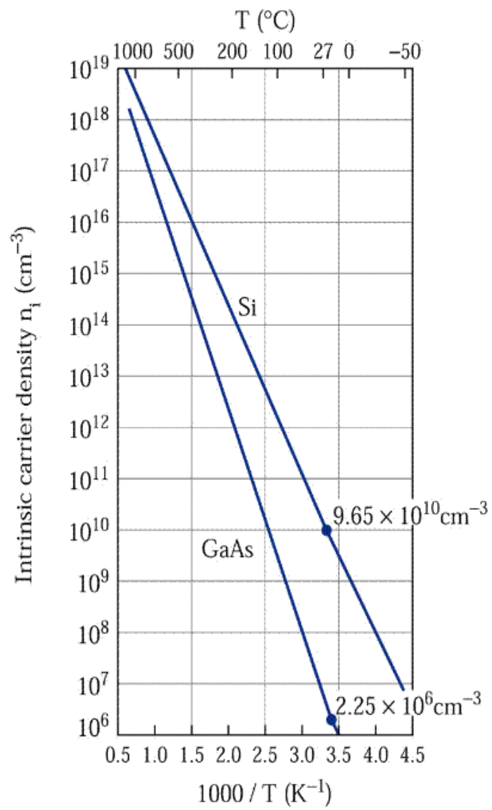
$$n_{\mathrm{i}} = 9.65 \times 10^{9} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

fyrir kísil og

$$n_{\mathrm{i}} = 2.25 \times 10^{6} \ \ \mathrm{cm}^{-3}$$

fyrir GaAs

# Eigin hálfleiðari




*Semiconductor Devices, 2/E* by S. M. Sze


- Eiginþéttleiki í kísli og GaAs sem fall af umhverfu hitastigs

# Íbót í hálfleiðurum

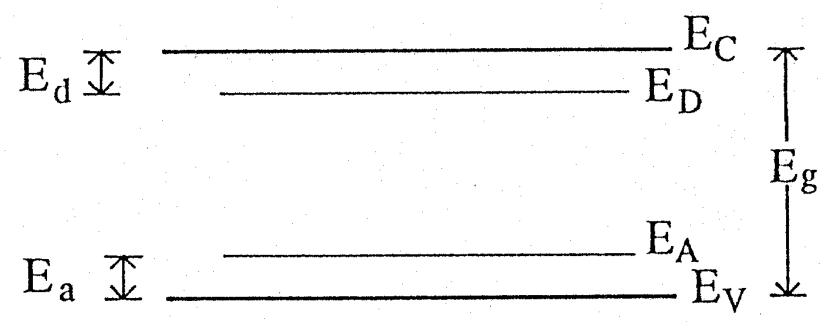
- Rafleiðni hálfleiðara má breyta um mörg stærðarþrep með því að bæta örlitlu magni snefilefna í hreinan kristall og er það nefnt að **íbæta hálfleiðarann**.
- Við lág hitastig ákvarðast flestir eiginleikar hálfleiðara af íbótinni.
- Íbót getur ýmist verið **rafgjafi** eða **rafþegi**.
- Jónuð rafgjafaíbót gefur þá rafeind í leiðniborðann. Þessar rafeindir taka þá þátt í flutningsferli hálfleiðarans, en jónuð íbótin verður jákvætt hlaðin. Rafgjafar auka þannig leiðni með rafeindum í hálfleiðurum.
- Rafeindirnar eru hremmdar af rafgjöfum við nægilega lág hitastig, sem verða við það óhlaðnir. Þetta er kallað að frysta út leiðnirafeindir.

# Íbættur hálfleiðari

- Þegar kristallur er íbættur eru mynduð ný orkustig sem gjarnan sitja í orkugeilinni
- Þegar einu kísilatómi hefur verið skipt út fyrir arsen atóm, sem hefur 5 gildisrafeindir þá er fimmta rafeindin gefin upp í leiðniborðann og kísillinn verður n-leiðandi og arsen er **rafgjafi**
- Þegar bór atóm með þrjár gildisrafeindir er skipt inn fyrir kísilatóm er rafeind þegin af gildisborðanum til að mynda fjögur samgild tengi
- Þá verður til p-leiðandi hálfleiðari og bór er **rafþegi**

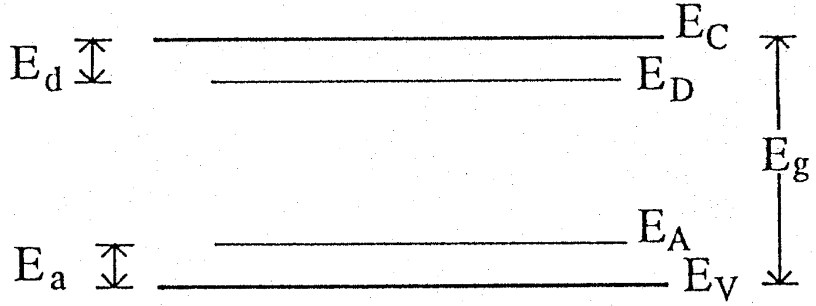
# Íbót í hálfleiðurum

- Mikilvægasti eiginleiki íbótar er **jónunarorkan**, það er sú orka, sem þarf til að fjarlægja eina rafeind úr rafgjafa ástandi upp í neðri brún leiðniborða.




- Á myndinni, sem sýnir orkustig hálfleiðara, eru rafgjafa ástöndin staðsett í orkugeilinni.
- Rafgjafaíbót er sögð grunn ef orkustig hennar er nálægt neðri brún leiðniborða, t.d. þegar jónunarorka er lítil í samanburði við orkugeilina.

# Íbót í hálfleiðurum




- Rafþegaíbót hefur þann eiginleika að hremma eina rafeind úr kristallinum. Þannig verður rafþeginn neikvætt hlaðin, og hola myndast í gildisborðann.
- Rafþegar í hálfleiðurum eru ábyrgir fyrir leiðni með holum.
- Það hvort gefin íbót er rafgjafi eða rafþegi ákvarðast í flestum tilfellum af stöðu hennar í lotukerfinu.

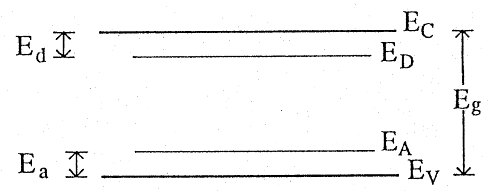
# Hálfleiðarar

- Til að reikna orku veiluástands jónaðrar veilu er einfaldasta nálgunin að nota orku vetnisatómsins og skipta á $m_\mathrm{e}$ og virkum massa $m^*$ og á $\epsilon_0$ og rafsvörunarstuðli hálfleiðara $\epsilon_\mathrm{s}$

$$E_\mathrm{D} = \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_\mathrm{s}}\right)^2 \left(\frac{m^*}{m_\mathrm{e}}\right) E_\mathrm{H}$$

- Þetta er nálgun sem gildir fyrir grunnar veilur, gefur rétta stærðargráðu jónunarorku, en gildir ekki fyrir djúpar veilur, þ.e. ef jónunarorka veilur er $\geq 3kT$
- Fyrir grunnar veilur dugar varmaorka við stofuhita til að jóna alla rafgjafa og rafþega

# Hálfleiðarar




- Við fullkomna jónun er

  $$n = N_{\mathrm{D}}$$

  í n-leiðandi efni sem einungis hefur rafgjafaíbætur og

  $$p = N_{\mathrm{A}}$$

  í p-leiðandi efni sem einungis hefur rafþegaíbætur

- Jónunarorka arsen rafgjafa er $E_{\mathrm{D}} = 54$ meV og bór rafþega $E_{\mathrm{A}} = 45$ meV í kísli

- Jónunarorka kísil rafgjafa er $E_{\mathrm{D}} = 5.8$ meV og zink rafþega er $E_{\mathrm{A}} = 31$ meV í GaAs

# Íbættur hálfleiðari

- Fyrir íbættan hálfleiðara má rita

$$E_{\mathrm{c}} - E_{\mathrm{F}} = kT \ln\left(\frac{N_{\mathrm{c}}}{N_{\mathrm{D}}}\right)$$

- Því hærri sem rafgjafþéttleikinn er því nær er Fermiorkustigið neðri brún leiðniborða

  Svipað gildir fyrir rafþegaíbót

$$E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{v}} = kT \ln\left(\frac{N_{\mathrm{v}}}{N_{\mathrm{A}}}\right)$$

# Íbættur hálfleiðari

- Oft er hentugt að rita rafeinda- og holuþéttleika sem fall of eiginþéttleika $n_\mathrm{i}$ og eiginorkustiginu

$$n = N_\mathrm{C} \exp\left[-(E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F})/kT\right]$$
$$= N_\mathrm{C} \exp\left[-(E_\mathrm{c} - E_\mathrm{i})/kT\right] \exp\left[-(E_\mathrm{F} - E_\mathrm{i})/kT\right]$$

  eða

$$n = n_\mathrm{i} \exp\left[(E_\mathrm{F} - E_\mathrm{i})/kT\right]$$

  og

$$p = n_\mathrm{i} \exp\left[(E_\mathrm{i} - E_\mathrm{F})/kT\right]$$

- Ef hvorutveggja rafgjafa og rafþegaíbætur eru í hálfleiðaranum þá ákvarðar sú íbót sem hefur hærri þéttleika leiðnigerð hálfleiðarans

# Tölfræði hleðslubera

- Fermiorkustigið stillir sig af til að varðveita hleðslujafnvægi

$$n + N_{\mathrm{A}} = p + N_{\mathrm{D}}$$

Notum

$$np = n_{\mathrm{i}}^2$$

og leysum fyrir hleðsluberaþéttleika í n-leiðandi hálfleiðara

$$n_{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}\left[N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} + \sqrt{(N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}})^2 + 4n_{\mathrm{i}}^2}\right]$$

og

$$p_{\mathrm{n}} = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{n_{\mathrm{n}}}$$

- Þá eru rafeindir **ríkjandi hleðsluberar** og holur **víkjandi hleðsluberar**

# Tölfræði hleðslubera

- Á sama hátt gildir fyrir p-leiðandi efni

$$p_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\left[N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{D}} + \sqrt{(N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{D}})^2 + 4n_{\mathrm{i}}^2}\right]$$

  og

$$n_{\mathrm{p}} = \frac{n_{\mathrm{i}}^2}{p_{\mathrm{p}}}$$

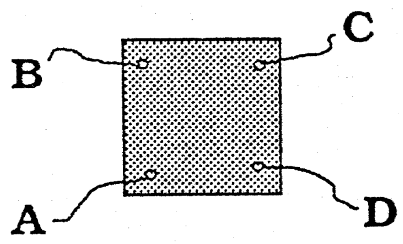
- Yfirleitt er virkur íbótarþéttleiki $|N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}}|$ mun stærri en eiginþéttleikinn $n_{\mathrm{i}}$ svo að

$$n_{\mathrm{n}} \approx N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} \quad \text{ef} \quad N_{\mathrm{D}} > N_{\mathrm{A}}$$

  og

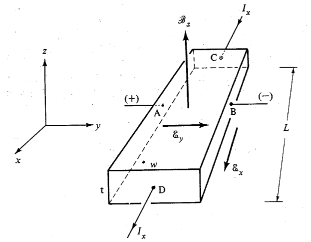
$$p_{\mathrm{p}} \approx N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{D}} \quad \text{ef} \quad N_{\mathrm{A}} > N_{\mathrm{D}}$$

# Hallhrif í hálfleiðurum




- Hallhrif má nota til að ákvarða
  - Hleðsluberaþéttleika
  - Ríkjandi hleðslubera í efninu
- Ef Hallmælingar eru notaðar til að mæla hleðsluberaþéttleika sem fall af hitastigi má ákvarða örvunarorku ráðandi veilu í efninu
- Ef að auki er mælt eðlisviðnám efnisins má ákvarða hreyfanleika ríkjandi hleðslubera

# Hallhrif í hálfleiðurum




- Hleðsluberar sem hreyfast hornrétt á stefnu segulsviðs verða fyrir stefnubreytingu vegna Lorentzkraftsins

$$\mathbf{F} = e(\mathcal{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

  er þá kraftur á holu með hleðslu e

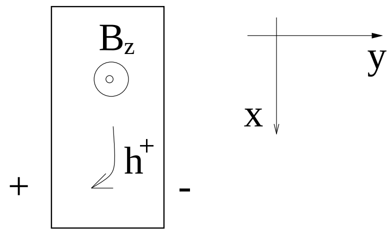
- Nú er

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} B_z$$

- Þannig að

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\hat{\mathbf{j}} v_x B_z$$

# Hallhrif í hálfleiðurum




- Þannig er

$$F_y = e(\mathcal{E}_y - v_x B_z)$$

- Ef holur eiga að geta flætt í x-stefnu án þess að fá hröðun í y-stefnu vegna $ev_x B_z$ verður að gilda

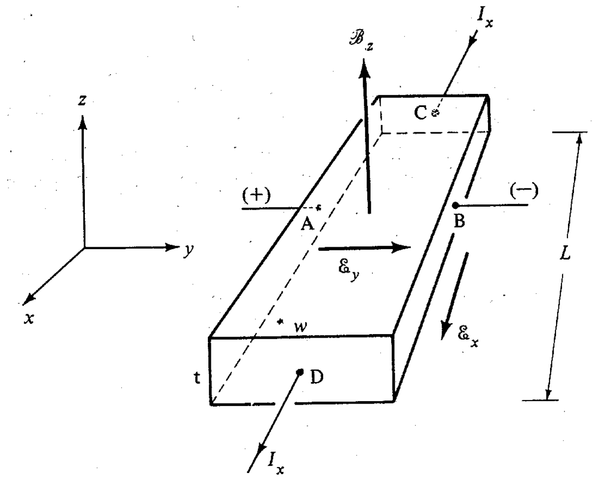
$$F_y = 0$$

sem jafngildir

$$\mathcal{E}_y = v_x B_z$$

- Þetta hefur í för með sér Hallspennu $V_H = \mathcal{E}_y w$

# Hallhrif í hálfleiðurum

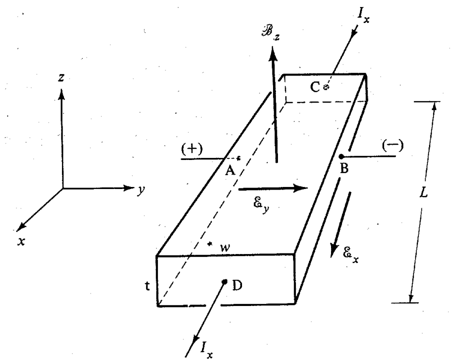



- Straumurinn um sýnið ræðst af hleðsluberaþéttleika og hraða þeirra

$$I_x = wdpev_x$$

fyrir holur

# Hallhrif í hálfleiðurum




- Straumþéttleiki er þá

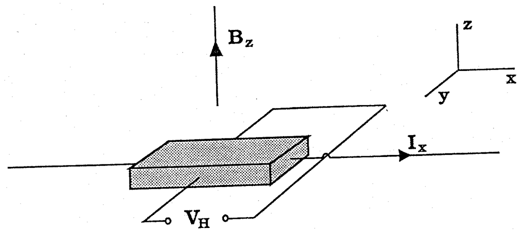
$$j_x = epv_x$$

- Þá er rafsviðið

$$\mathcal{E}_y = v_x B_z = \frac{j_x}{ep} B_z = R_{\mathrm{H}} j_x B_z$$

- Stærðin $R_{\mathrm{H}}$ er nefnd Hallfasti.

# Hallhrif í hálfleiðurum




- Hallspennan myndast hornrétt á bæði segulsviðið og strauminn.
- Hallspennan er gefin með

$$V_{\mathrm{H}} = \frac{R_{\mathrm{H}} I_x B_z}{d}$$

  þar sem $d$ er þykkt sýnisins í stefnu segulsviðsins, $I_x$ er straumurinn í gegnum sýnið og $B_z$ er segulsviðið hornrétt á sýnið.
- Þar eð stefna Lorentz kraftsins ræðst af hleðslu ríkjandi bera, gefur formerki Hallspennunnar til kynna hvort leiðnin fer fram með rafeindum eða holum.

# Hallhrif í hálfleiðurum

- Hallspennan er mæld fyrir þekkt segulsvið $B_z$ og straum $I_x$ og út frá Hallspennunni finnum við Hallfastann
- Hallfastinn $R_\mathrm{H}$ er neikvæður fyrir frjálsar rafeindir.
- Við ritum fyrir rafeindir annars vegar

$$R_\mathrm{H} = -\frac{1}{ne}$$

og holur hins vegar

$$R_\mathrm{H} = \frac{1}{pe}$$

# Leiðnimælingar í hálfleiðurum

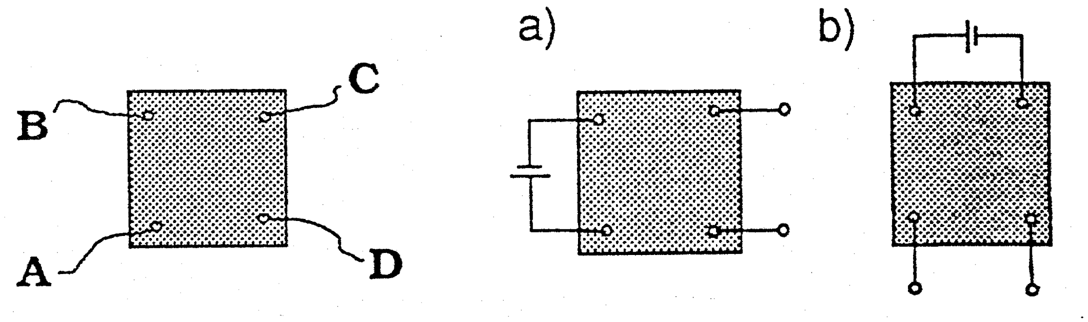
- Eðlisviðnám er skilgreint sem

$$\rho = \frac{Rwd}{L} = \frac{V_{\mathrm{CD}}/I_x}{L/wd}$$

  og hefur eininguna $\Omega$m.

- Sýna má fram á að hægt sé að mæla eðlisviðnám sýnis með óreglulega lögun ef það uppfyllir eftirfarandi skilyrði:
  1. Snerturnar séu á jaðri sýnisins.
  2. Snertunar séu nægilega litlar.
  3. Sýnið hafi einsleita þykkt.
  4. Yfirborð sýnisins sé einfaldlega samhangandi, það er ekki séu einangruð göt í sýninu.

# Leiðnimælingar í hálfleiðurum




- Skilgreint er viðnámið $R_{\mathrm{AB,CD}}$ sem spennumunurinn á milli snerta $D$ og $C$ á straumeiningu sem um snerturnar $A$ og $B$ fer þegar tengt er eins og mynd a) sýnir.
- Þetta er ritað $R_{\mathrm{AB,CD}} = \frac{V_{\mathrm{AB,CD}}}{I_{\mathrm{AB}}}$. Á hliðstæðan hátt er $R_{\mathrm{BC,DA}}$ skilgreint út frá tengingu á mynd b).

# Leiðnimælingar í hálfleiðurum

- Sýnt hefur verið að eðlisviðnámið er einkvæmt ákvarðað af $R_{\mathrm{AB,CD}}$ og $R_{\mathrm{BC,DA}}$ sem hlíta jöfnunni

$$\exp\left(\frac{-d\pi R_{\mathrm{AB,CD}}}{\rho}\right) + \exp\left(\frac{-d\pi R_{\mathrm{BC,DA}}}{\rho}\right) = 1$$

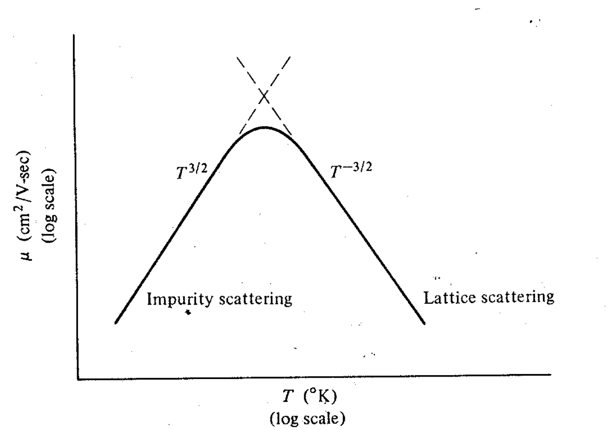
  þar sem $\rho$ er eðlisviðnám efnis og $d$ er þykkt sýnisins.

- Til að reikna út eðlisviðnámið er ritað

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2}\frac{R_{\mathrm{AB,CD}} + R_{\mathrm{BC,DA}}}{2}\; f\left(\frac{R_{\mathrm{AB,CD}}}{R_{\mathrm{BC,DA}}}\right)$$

  þar sem $f$ er eingöngu fall af hlutfallinu $\frac{R_{\mathrm{AB,CD}}}{R_{\mathrm{BC,DA}}}$.

# Hreyfanleiki




- **Hallhreyfanleikinn** er síðan skilgreindur út frá skilgreiningu

$$\sigma = ne^2\tau_n/m_e = ne\mu_n$$

þannig að

$$\mu_n = \frac{\sigma}{ne} = R_{\rm H}\sigma$$

gildir fyrir rafeindir, og tilsvarandi fyrir holur.

# Jónunarorkan

- Þeir hleðsluberar sem aðgengilegir eru í hálfleiðara við gefið hitastig eru dreifðir á orkuborða og veiluástönd.
- Við jafnvægi er hleðsluberadreifingin fengin með færslum hleðslubera á milli borða og veiluástanda.
- Þéttleiki frjálsra bera í orkuborða ræðst þannig af þéttleika veiluástanda.
- Hegðan þéttleikans við hitastigsbreytingu gefur veiluþéttleikann og tilsvarandi jónunarorku, það er stöðu veilunnar í orkugeilinni.
- Í hreinum hálfleiðandi kristalli myndast hola í gildisborðann fyrir sérhverja rafeind sem er örvuð upp í leiðniborðann. Þess vegna er talað um rafeinda-holu par

# Jónunarorkan

- Sé notuð fleygboga tengsl orku og ástandsþéttleika í gildis- og leiðniborða þá má reikna rafeinda og holuþéttleika $n$ og $p$ með

$$n = 2\int_{E_{\mathrm{C}}}^{\infty} \frac{N_{\mathrm{C}}(E)dE}{1+\exp[-(E-E_{\mathrm{F}})/kT]} \tag{1}$$

$$p = 2\int_{-\infty}^{E_{\mathrm{V}}} \frac{N_{\mathrm{V}}(E)dE}{1+\exp[-(E_{\mathrm{F}}-E)/kT]} \tag{2}$$

þar sem $N_{\mathrm{C}}(E)$ er ástandsþéttleiki á leiðniborðanum

$$N_{\mathrm{C}} = 2\left(\frac{m_{\mathrm{e}}^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \quad \text{og} \quad N_{\mathrm{V}} = 2\left(\frac{m_{\mathrm{h}}^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

er ástandsþéttleiki á gildisborðanum. Stuðullin tveir endurspeglar þá staðreynd að hvert orkustig hefur tvær spunastefnur.

# Jónunarorkan

- Skoðum nú hálfleiðara sem inniheldur rafvirkar veilur
- Athugum tilfellið þar sem hálfleiðari hefur eitt rafgjafaorkustig í $E_{\mathrm{D}}$ og eitt rafþegaorkustig í $E_{\mathrm{A}}$.
- Fyrir rafgjafa og rafþega sem hafa þéttleika $N_D$ og $N_A$ er þéttleiki rafeinda og hola í veiluástöndum

$$n_{\mathrm{D}} = \frac{g_{\mathrm{D}} N_{\mathrm{D}}}{g_{\mathrm{D}} + \exp[(E_{\mathrm{C}} - E_{\mathrm{d}} - E_{\mathrm{F}})/kT]} \tag{3}$$

$$p_{\mathrm{A}} = \frac{g_{\mathrm{A}} N_{\mathrm{A}}}{g_{\mathrm{A}} + \exp[(E_{\mathrm{F}} - E_{\mathrm{V}} - E_{\mathrm{a}})/kT]} \tag{4}$$

þar sem $g_{\mathrm{D}}$ og $g_{\mathrm{A}}$ eru margfeldnistuðlar rafgjafa og rafþega ástandanna.

# Jónunarorkan

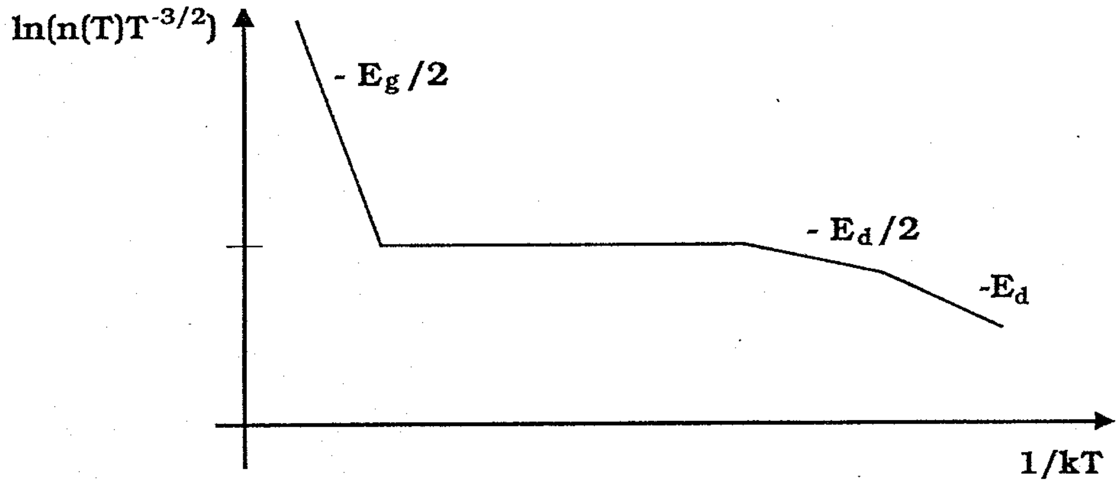
- Fimmta jafnan lýsir rafhlutleysi hálfleiðarans

$$n + n_{\mathrm{D}} - p - p_{\mathrm{A}} = N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}} \tag{5}$$

- Til að finna $n, p, n_{\mathrm{D}}$ og $p_{\mathrm{A}}$ er nauðsynlegt að leysa kerfi fimm jafna (1) - (5) með fimm óþekktum. Fimmta breytan er efnismættinu $E_{\mathrm{F}}$.

- Þessar jöfnur verður að leysa saman tölulega.

# Jónunarorkan

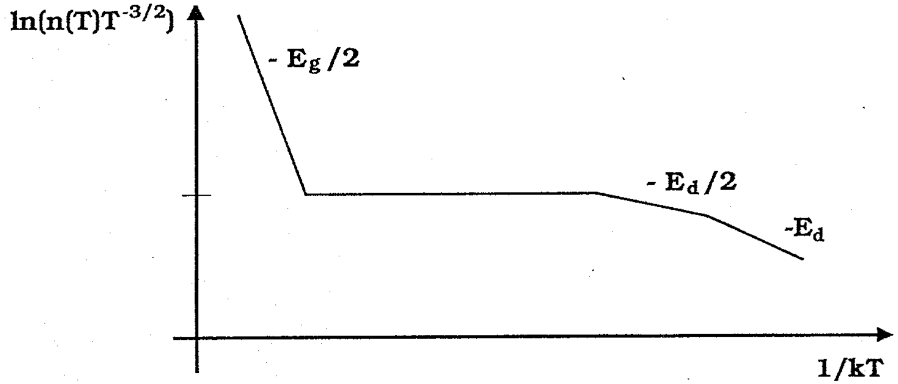



- Á ákveðnum hitastigsbilum má gera nálganir sem gera það mögulegt að fá fram einfaldar lausnir.
- Skoðum nú þessar nálganir fyrir n-leiðandi hálfleiðara ($N_\mathrm{D} > N_\mathrm{A}$), sem hefur að geyma einfalda rafgjafa og rafþega í tilfellinu $g_\mathrm{D} = 2$ og $g_\mathrm{A} = 2$.

# Jónunarorkan

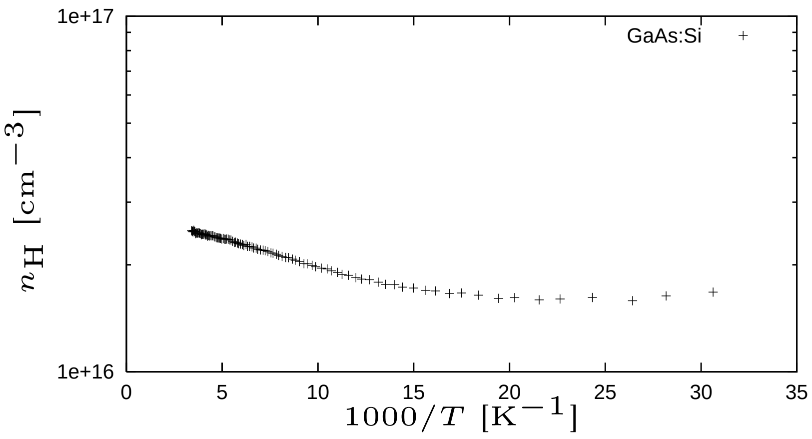
- Mikilvægt tilfelli er þegar hitastigið er það lágt að $N_{\mathrm{D}} \gg N_{\mathrm{A}} > n$ þá er
$$n = \frac{N_{\mathrm{C}}(N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}})}{2N_{\mathrm{A}}} \exp[-E_{\mathrm{d}}/kT]$$
- Lausn umhverfis stofuhitastig. Þegar $kT \approx E_{\mathrm{d}}$, það er $\exp(-E_{\mathrm{d}}/kT) \approx 1$ þá er $n_{\mathrm{D}} \ll N_{\mathrm{D}}$ og allir rafgjafar og rafþegar eru jónaðir. Þá er
$$n - p = N_{\mathrm{D}} - N_{\mathrm{A}}$$
- Flest hálfleiðandi tól eru hönnuð til að vinna við stofuhita, og venjulega eru rafgjafa- og rafþegaíbætur nær að fullu jónaðar í slíkum tólum við það hitastig.

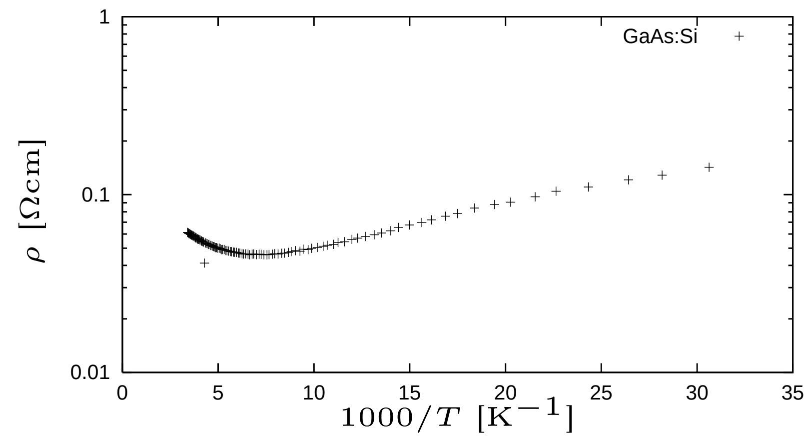
# Jónunarorkan



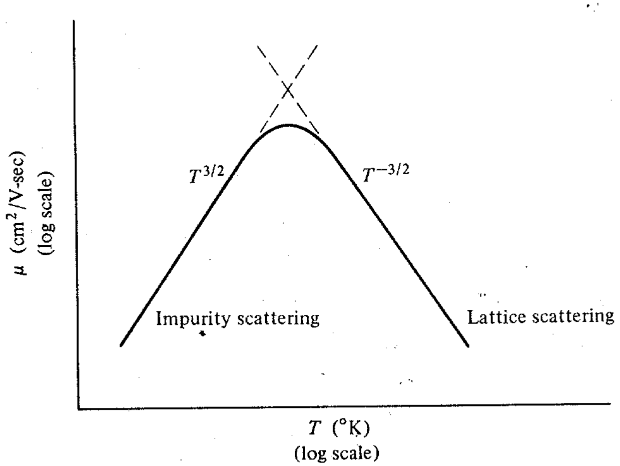

- Skoðum n-leiðandi hálfleiðara ($N_{\mathrm{D}} > N_{\mathrm{A}}$). Framangreindar jöfnur gefa $n(T)$ á hinum ýmsu hitastigsbilum, og segja að graf af $\ln(nT^{-3/2})$ á móti $T^{-1}$ sé nálgað með beinni línu með hallatölu $E_{\mathrm{d}}, E_{\mathrm{d}}/2, 0$ og $E_{\mathrm{g}}/2$ með auknu hitastigi.

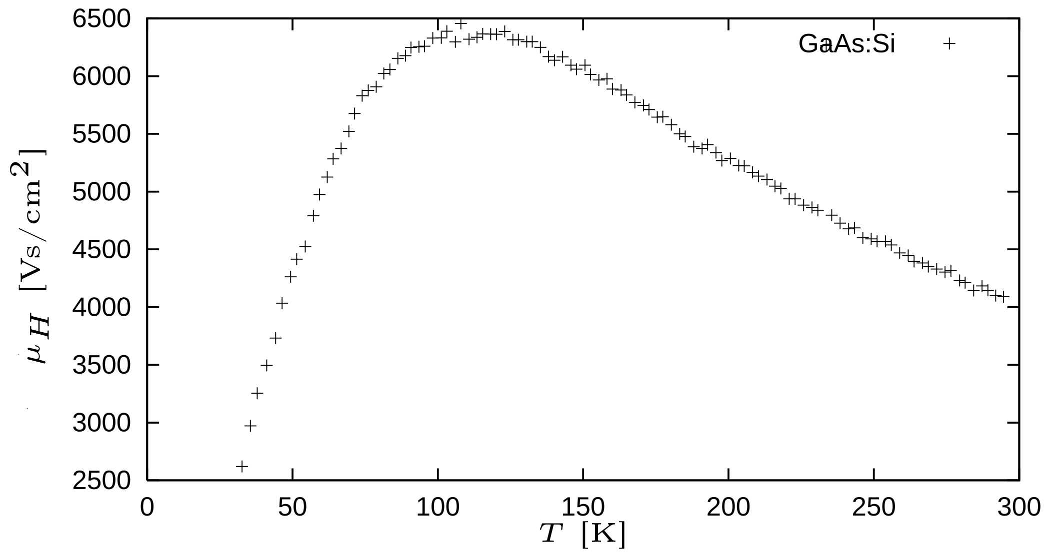
# Hallmælingar



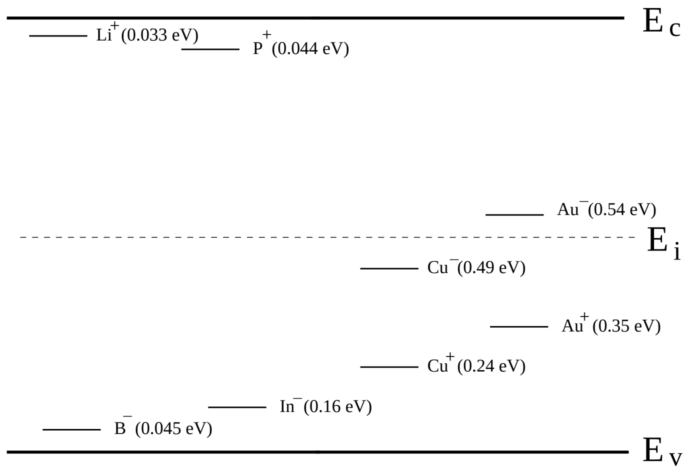



# Hreyfanleiki



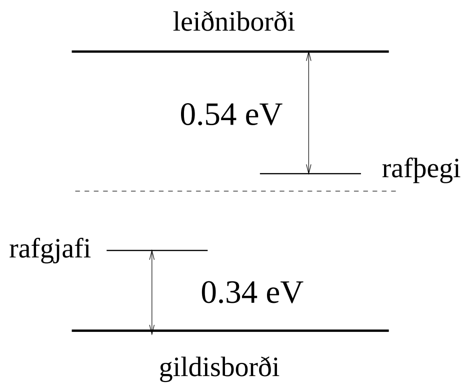
# Íbótarveilur í kísli




- Íbótarveilan er ýmist rafgjafi (jákvæð) eða rafþegi (neikvæð) þegar hún er jónuð
- Sumar veilur geta myndað mörg orkustig í orkugeilinni eins og t.d. gull
- Au myndar rafgjafaástand ($Au^+$) 0.34 eV ofan við gildisborða og rafþegaástand ($Au^-$) 0.54 eV neðan við leiðniborða

# Gull í kísli

- Í tilrauninni verður ákvarðaður hleðsluberaþéttleiki, rafleiðni og hreyfanleiki hleðslubera í kísli sem íbættur hefur verið með gulli
- Gull í kísli hefur verið rannsakað í áratugi [6].
- Tvær veilur, sem raktar eru til gullíbótar eru vel þekktar
  - rafþegi 0.54 eV frá leiðniborða
  - rafgjafi 0.35 eV frá gildisborða



# Heimildir

[1] D. C. Look, *Electrical Characterization of GaAs Materials and Devices*, John Wiley & Sons, 1989

[2] B. G. Streetman, *Solid State Electronics*, Prentice-Hall, 1980

[3] J. Bourgoin og M. Lannoo, *Point Defects in Semiconductors II*, Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 35, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1983

[4] L.J. van der Pauw, *Philips Research Reports* **13**, (1958) 1 -9

[5] W.R. Runyan, *Semiconductor Measurements and Instrumentation*, McGraw-Hill Book Company, 1983

[6] C. B. Collins, R. O. Carlson and C. J. Gallagher, *Physical Review* **105** (1957) 1168 - 1173