

Dæmi 4

Exercise 25.18

P. 842

Hvort er þvermál kopar virs sem hefur sama viðnám og jafnlangur ál vir sem hefur þvermálið $d_{\text{Al}} = 2,04 \text{ mm}$.

Viðnám er gefið sem

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

þar sem ρ er eðlisviðnám, L er lengd og A er þverskurðsflatarmál.

Í töflu 25.1 á bls. 821 má finna eðlisviðnám fyrir ál og kopar:

$$\rho_{\text{Cu}} = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, \quad \rho_{\text{Al}} = 2,75 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

Nú gildir $R_{\text{Al}} = R_{\text{Cu}}$ þ.e.a.s.

$$\frac{\rho_{\text{Al}} \cdot L}{A_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} \cdot L}{A_{\text{Cu}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{Al}}}{\pi \left(\frac{d_{\text{Al}}}{2}\right)^2} = \frac{\rho_{\text{Cu}}}{\pi \left(\frac{d_{\text{Cu}}}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow d_{\text{Cu}} = d_{\text{Al}} \sqrt{\frac{\rho_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}}}} = 1,61 \text{ mm}$$

Conceptual question 24.02

Rafsvið á milli tveggja plátna í plötubötti hefur styrk E . Nú er mættid á milli plátanna viðhaldið á meðan fjarlægðin á milli plátanna er tvöfölduð. Hvað er styrkur rafsviðsins eftir þessa færslu?

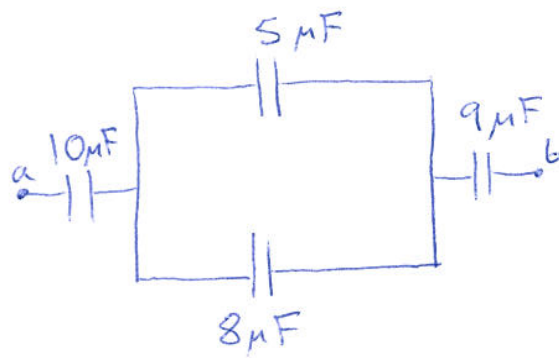
Rafsviðið er gefið með: $E = \frac{V}{d}$

þar sem V er spennunur og d er fjarlægð plátanna. Frá hvar annari

því fæst að rafsviðið helmingast ef fjarlægðin tvöfaldað.

Exercise 24.14

P. 809



Spennan á milli a og b er $V = 50\text{V}$.

a) Hver heildarþjöld rásarinnar?

Hliðtengdu þéttarnir eru jafngildir einum þétti með þjöld $5\mu\text{F} + 8\mu\text{F} = 13\mu\text{F}$



Heildarþjöld raðtengdu þéttina er gefin með:

$$\frac{1}{C_{\text{Heild}}} = \frac{1}{10\mu\text{F}} + \frac{1}{13\mu\text{F}} + \frac{1}{9\mu\text{F}} \Rightarrow C_{\text{Heild}} = 3,47\mu\text{F}$$

b) Hver er hleðslan í rásinni?

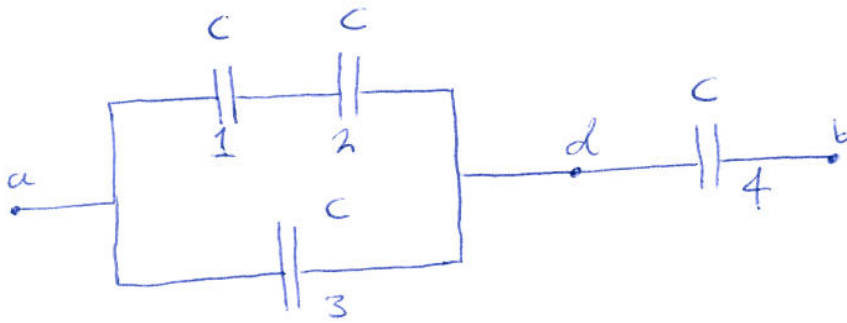
$$Q_{\text{Heild}} = C_{\text{Heild}} \cdot V = 174\mu\text{C}$$

c) og d) Hver er hleðslan í $10\mu\text{F}/9\mu\text{F}$ þéttinum?

Fyrir raðtengdu þéttana mun hleðslan vera sú sama og heildarhleðslan, $174\mu\text{C}$.

Exercise 24.17

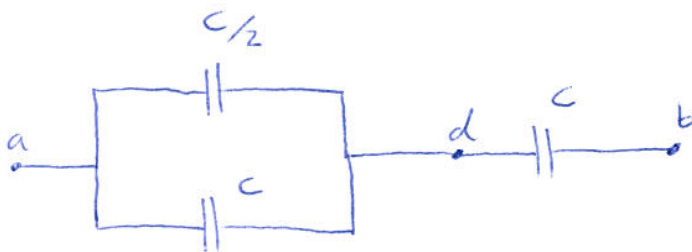
P. 810



Rýmd þéttanna er $C = 4,7 \mu\text{F}$ og $V_{ab} = 35 \text{ V}$.

Reiknið hleðsluna á hverjum þétti.

Finnum fyrst heildarrýmd rásarinnar. Rásin er jafngild:



sem er svo jafngild:



Þannig heildarrýmdin fæst með:

$$\frac{1}{C_{\text{Heild}}} = \frac{2}{3C} + \frac{1}{C} = \frac{5}{3C} \Rightarrow C_{\text{Heild}} = \frac{3C}{5} = 2,82 \mu\text{F}$$

Nú fæst að heildarhleðslan sé

$$Q_{\text{Heild}} = C_{\text{Heild}} \cdot V_{ab} = 98,7 \mu\text{C}$$

Svo að hleðslan á þétti 4 er

$$Q_{\text{Heild}} = Q_4 = 98,7 \mu\text{C}$$

Nú er $V_{ad} = \frac{Q_{\text{Heild}}}{3C/2} = 14 \text{ V}$ Spennan sem er yfir þétti 3 og er einnig spennan yfir bæði þétti 1 og 2. Svo að hleðslan yfir þétti 3 er

$$Q_3 = C \cdot V_{ad} = 65,8 \mu\text{C}$$

Hleðslan yfir þétti 1 og 2 er:

$$Q_1 = Q_2 = 32,9 \mu\text{C}$$

Spennan yfir þétti 1 er $V_1 = \frac{Q_1}{C} = 7 \text{ V}$

Spennan yfir þétti 2 er $V_2 = \frac{Q_2}{C} = 7 \text{ V}$

Spennan yfir þétti 4 er $V_{ab} - V_{ad} = 21 \text{ V}$

Exercise 24.40

P. 811

Polystyrene hefur rafsvörunarstuðul 2,6 og rafsvörunar styrk $2 \cdot 10^7 \text{ V/m}$. Polystyrene er notað sem rafsvari í plötuþétti.

a) Hver er orkuþéttleikinn þegar rafsviðið á milli Plötanna hefur náð 77% af rafsvörunar styrknum?

Orkuþéttleikinn er gefinn sem

$$u = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

þar sem $\epsilon = 2,6 \epsilon_0$ þ.a.

$$u = \frac{1}{2} \cdot 2,6 \cdot \epsilon_0 \cdot (0,77 \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ V/m})^2 = 2729 \text{ J/m}^3$$

b) Næst er Plötuþéttirinn tengdur við $V_B = 500 \text{ V}$ batteri þ.a. rafsviðið hefst við 0,77 af rafsvörunar styrknum. Hvert er flatarmál Plötanna ef þéttirinn geymir 0,25 mJ?

Heildarorka þéttisins er $U = uAd$

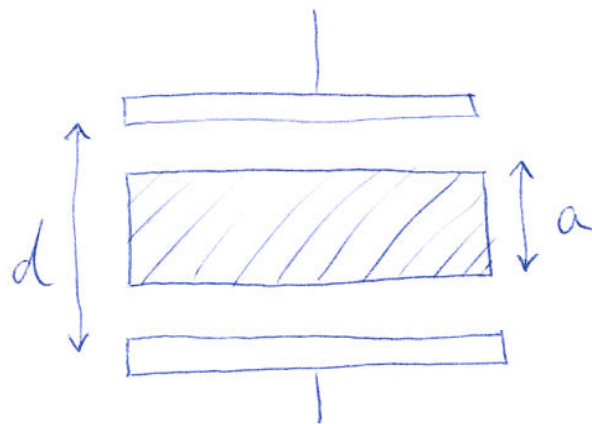
þar sem A er flatarmál Plötanna og d er fjarlægðin á milli þeirra.

Nú er $d = V_B/E$ þ.a.

$$U = uA \frac{V_B}{E} \Rightarrow A = \frac{UE}{uV_B} = 28 \text{ cm}^2$$

Problem 24.62

P. 813



Plötun þéttir ~~þéttir~~ hefur plötur sem hafa yfirborðsflatarmál A og fjarlægð \bar{a} milli þeirra er d . Á milli plátnanna er komið fyrir málm bít sem hefur þykkt $a < d$. ~~þéttir~~

a) Finnið rýmdina.

Hægt er að líta á kerfið sem tveir rútgengdir þéttir, sem hafa rýmd C_1 og fjarlægðin \bar{a} milli þeirra er $\frac{1}{2}(d-a)$

$$C_{\text{Heild}} = \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C} \right)^{-1} = \frac{C}{2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{(d-a)/2} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$

b) Táknið rýmdina sem margfeldi af C_0 , þar sem C_0 er rýmdin án málm bítisins.

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{C_0 d}{\epsilon_0}$$

$$C_{\text{Heild}} = \frac{\epsilon_0}{d-a} \cdot \frac{C_0 d}{\epsilon_0} = \frac{d}{d-a} C_0$$

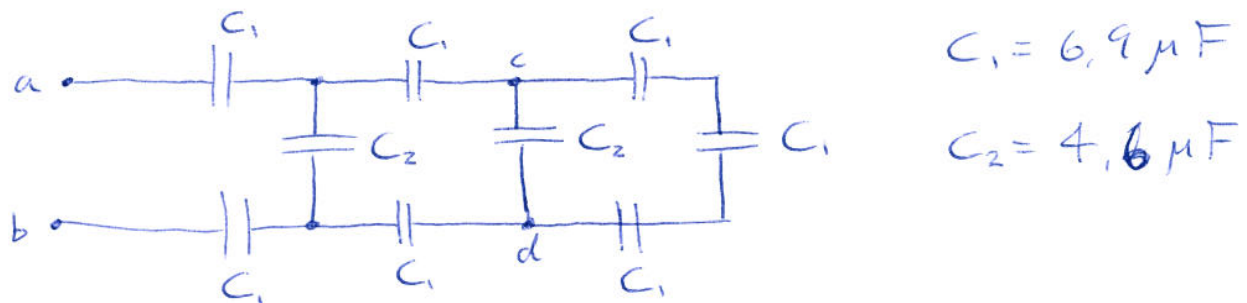
c) Hvað gerist þegar $a \rightarrow 0$ og $a \rightarrow d$?

Þegar $a \rightarrow 0$ verður $C_{\text{Heild}} \rightarrow C_0$. Málmi
búturinn verður það þunnur að áhrif
hans á rýmdina eru hverfandi

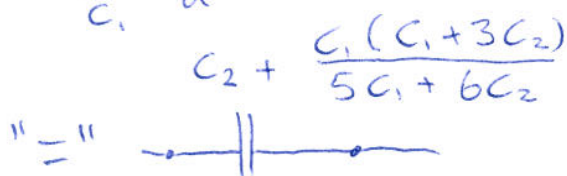
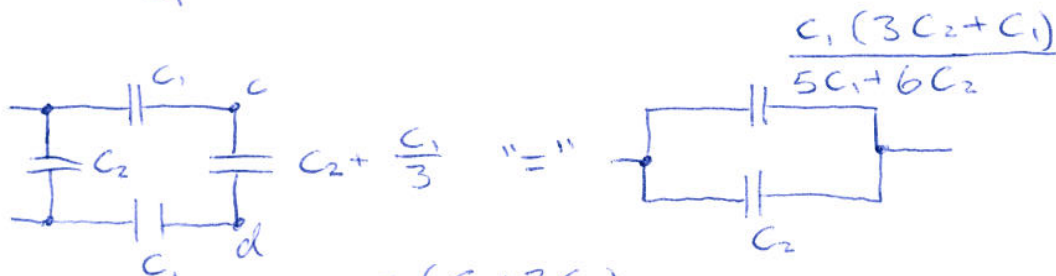
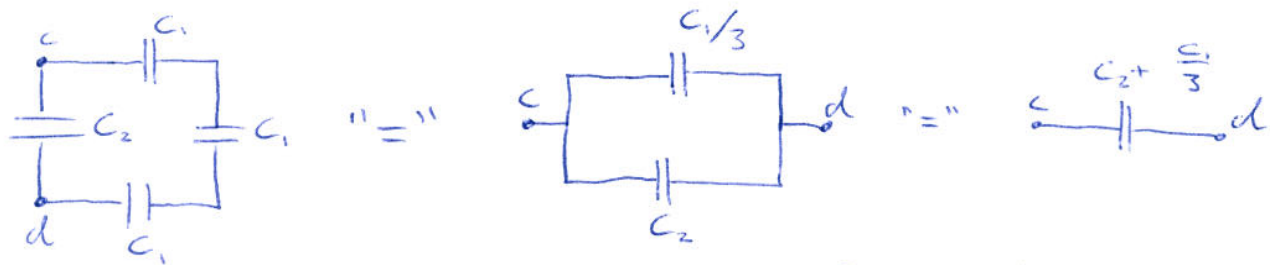
Þegar $a \rightarrow d$ verður $C_{\text{Heild}} \rightarrow \infty$. Þegar
 $d \rightarrow a$ verður að viðhalda störm
rafsviði sem þá samsvarar stóra rýmd.

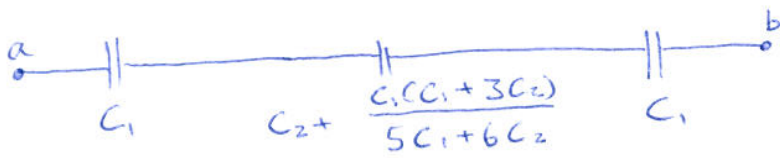
Problem 24.59

P. 813



a) Reiknið heildarrýmd rásarinnar.





Nú gildir
$$\frac{1}{C_{\text{Heild}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + \frac{C_1(C_1+3C_2)}{5C_1+6C_2}} + \frac{1}{C_1}$$

$$\Rightarrow C_{\text{Heild}} = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

b) og c) Reiknið hleðsluna á C_1 þétti sem er næst a/b þegar $V_{ab} = 450 \text{ V}$.

Hleðslan er $Q_1 = V_{ab} C_{\text{Heild}} = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

d) ~~Reiknið hleðsluna á C_2 þétti~~ Reiknið hleðsluna á C_2 þétti sem er næst a og b þegar $V_{ab} = 450 \text{ V}$.

Spennan yfir C_1 þétti sem eru næst a/b mun vera

$$V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1} = 150 \text{ V}$$

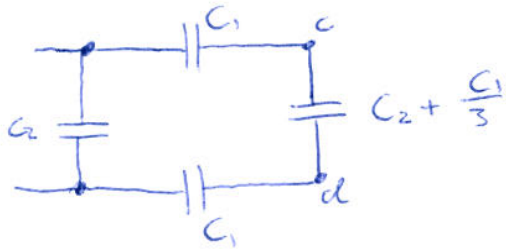
þ.a. spennan yfir C_2 þéttin mun vera

$$V_{ab} - 2V_{C_1} = V_{C_2} = 150 \text{ V}$$

svo að hleðslan í þéttinum er

$$Q_2 = V_{C_2} C_2 = 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

e) Finnið V_{cd} ef $V_{ab} = 450\text{V}$.



Spennan yfir C_2 þéttinn er 150V þ.a.
 spennan yfir $C_1, C_2 + \frac{C_1}{3}, C_1$ þéttina mun
 summa upp í 150V . Sjáum í dæminu
 að $C_2 + \frac{C_1}{3} = 6,9 \cdot 10^{-6}\text{F}$ og $C_1 = 6,9 \cdot 10^{-6}\text{F}$ þ.a.
 spennan yfir þéttanna er sú sama
 eða $V_{cd} = \frac{150\text{V}}{3} = 50\text{V}$.

Exercise 24.4

P. 809

Höfum plötuþétti með $A = 9 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$
 og $d = 5 \cdot 10^{-3}\text{m}$. Hver er rýmdin?

Notum $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12}\text{F/m} \cdot \frac{9 \cdot 10^{-4}\text{m}^2}{5 \cdot 10^{-3}\text{m}} = 1,59 \cdot 10^{-12}\text{F}$$