Greining rása:

# Jafngildisrásir

## Kafli 5

**Jón Tómas Guðmundsson**

tumi@hi.is

**1. febrúar 2000**



## Hlutfallseiginleiki:

- Í línulegri viðnámsrás þegar ein óháð lind vinnur sem inntak þá er úttakið í hlutfalli við þetta eina inntak.
- Einnig ef þetta eina inntak er margfaldað með fasta $k$ þá er úttakið einnig margfaldað með fasta $k$.

## Samlagningareiginleiki:

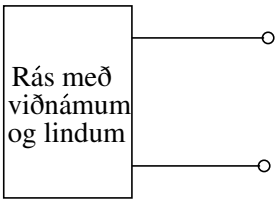
- Í línulegri viðnámsrás með fleiri en eina óháða lind, þá má reikna úttak (spennu eða straum) í rás með því að leggja saman tillegg óháðu lindanna hverrar fyrir sig þegar hinar lindirnar eru núllstilltar.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.1.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.2.



## Reglur Thévenin og Norton

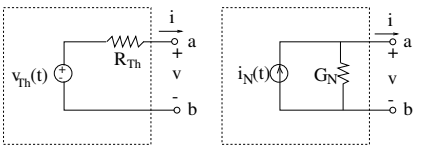



- Tveggja póla rásir (tvípólar) eru kallaðar jafngildar miðað við pólana (a-b) ef sami straumur streymir inn í báðar rásir þegar sama spenna er á milli pólanna; eða öfugt.
- Dæmi um slíkar jafngildisrásir eru jafngildisviðnám fyrir hliðtengingar og raðtengingar viðnáma.



## Reglur Thévenin og Norton

- Thévenin og Norton sýndu fram á að rás sem inniheldur línuleg viðnám og lindir (spennu eða straum, stýrðar eða óháðar) hefur jafngildisrás á forminu:




Thevenin Norton

- Rásin getur innihaldið eins margar lindir og vera skal. Ef sama ytri rásin er tengd við pólana $a$ og $b$ þá fæst alls staðar sami straumur $i$ og sama spenna $v$.
- Til að finna $v_{\mathrm{Th}}$, $R_{\mathrm{Th}}$, $i_{\mathrm{N}}$ og $R_{\mathrm{N}}$ höfum við rásirnar fyrst ótengdar (ytra viðnám $R = \infty$). Þá er augljóst að $i = 0$ og spennurnar eru þær sömu.

## Reglur Thévenin og Norton

- Köllum spennuna $V_{\rm oc}$ **tómgangsspennuna**. Sjáum að

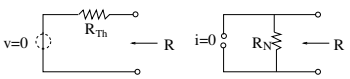
$$V_{\rm oc} = V_{\rm Th} = I_{\rm N} R_{\rm N}$$

- Síðan skammhleypum við milli pólanna $a$ og $b$ (ytra viðnám $R = 0$). Þá er $v = 0$ og straumarnir hljóta að vera þeir sömu.
- Köllum strauminn $I_{\rm sc}$ **skammhlaupsstraum**.
- Sjáum að

$$I_{\rm sc} = I_{\rm N} = \frac{V_{\rm Th}}{R_{\rm Th}}$$

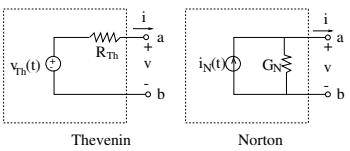
- Berum saman ofangreindar jöfnur og sjáum að

$$R_{\rm Th} = R_{\rm N}$$






## Reglur Thévenin og Norton



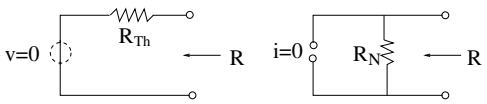

1. Spennulindin í Thévenin-rásinni er tómgangsspenna rásrinnar $V_{\rm Th} = V_{\rm oc}$.
2. Straumlindin í Norton-rásinni er skammhlaupsstraumur rásarinnar $I_{\rm N} = I_{\rm sc}$
3. Raðtengda viðnámið í Thévenin-rásinni er jafnstórt og hliðtengda viðnámið í Norton-rásinni $R_{\rm Th} = R_{\rm N}$. Það er oft kallað **útgangsviðnám**.
4. Lögmál Ohms tengir saman tómgangs-spennuna, skammhlaupsstrauminn og útgangsviðnámið

$$V_{\rm oc} = I_{\rm sc} R_{\rm Th} = I_{\rm sc} R_{\rm N}$$



## Reglur Thévenin og Norton

- Einnig sjáum við að ef spennulindin í Thévenin-rásinni er núllstillt (skammhlaup) þá er $R_{\rm Th}$ það viðnám sem við sjáum á milli pólanna.
- Sama gildir um Norton rásina; ef straumlindin er núllstillt (opin rás) þá er $R_{\rm N}$ það viðnám sem við sjáum á milli pólanna.






## Reglur Thévenin og Norton

Fyrir hvaða rás sem er (viðnám og lindir) má finna jafngildis útgangsviðnám:

1. Núllstilla allar óháðar lindir
   - setja skammhlaup fyrir spennulind
   - opna rás fyrir straumlind
2. Finna jafngildisviðnám milli pólanna.

   Algengasta leiðin er að setja 1 A prufustraum inn á rásina (milli pólanna) og finna hver spennan verður á milli pólanna. Sú spenna er þá tölulega jafnstór og jafngildisviðnámið, þ.e.

$$R_{\rm Th} = \frac{V_{\rm o}\ [\rm V]}{1\ [\rm A]} = V_{\rm o}\ [\Omega]$$

Til að finna Thévenin- og Norton-jafngildisrásir fyrir tiltekna rás er nægilegt að finna tvær af stærðunum þremur $R_{\rm Th}$, $V_{\rm oc}$ og $I_{\rm sc}$.

## Reglur Thévenin og Norton

Athuga ber að Thévenin- og Norton-jafngildisrásir eru aðeins jafngildar miðað við pólana ($a$ og $b$); þær segja ekkert um hvað gerist inni í rásinni, t.d. afltöp.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.3.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.4.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.5.



## Reglur Thévenin og Norton

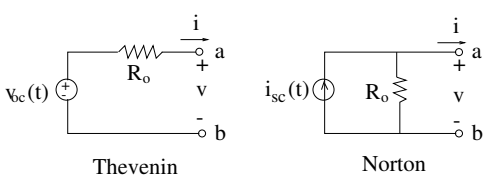
Skoðum nú $I - V$ kennilínur Thévenin- og Norton-rásanna.

Spennan $v$ í Thévenin-rásinni fæst samkvæmt KVL:

$$v = V_{\rm oc} - iR_{\rm o}$$

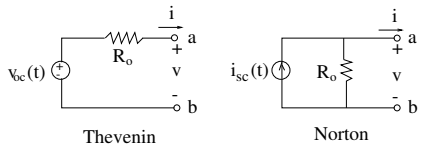
$$i = -\frac{1}{R_{\rm o}}v + \frac{V_{\rm oc}}{R_{\rm o}} = -\frac{1}{R_{\rm o}}v + I_{\rm sc}$$

sem fæst einnig með KCL út frá Norton-rásinni.

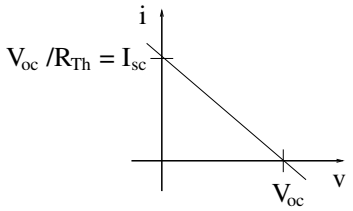





## Reglur Thévenin og Norton



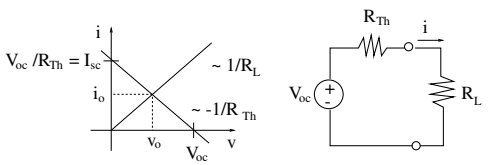

Kennilínan er því bein lína með hallatölu $-1/R_{\rm o}$ og skurðpunkt við $i-$ás í $i = I_{\rm sc}$. Það þýðir að fyrir sérhvert gildi á $v$ getur $i$ haft eitt og aðeins eitt gildi (og öfugt).






## Reglur Thévenin og Norton

Tengjum viðnám milli pólanna á Thévenin-rásinni og teiknum $i - v$ kennilínu viðnámsins inn á sömu mynd og $i - v$ kennilínu Thévenin rásarinnar.

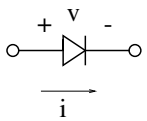



Skurðpunktur línanna segir til um þá spennu og þann straum sem uppfyllir skilyrði beggja rásahluta og er hann jafnframt eina lausnin $(v_{\rm o}, i_{\rm o})$.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.6.

## Tvistar

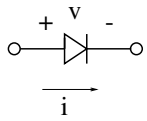
- Það að nota skurðpunkta kennilína til að finna **vinnupunkt** er mest notað í rafeindatækni þar sem tól eru gjarnan ólínuleg og einfaldast að leysa vandamál með grafískum aðferðum
- Rafeindatólið hefur ólínulega $i - v$ kennilínu. Skurðpunktur við álagslínu gefur straum og spennu
- **Tvistur** er ólínuleg tveggja póla rásaeining sem er mikið notuð í rafrásum
- Við lítum oft á tvist sem nokkurskonar einstefnuloka, sem hleypir straum (viðnámslaust) í aðra áttina en engum í hina.






## Tvistar

- Þetta er gróf nálgun. Í raunverulegri díóðu verður alltaf eitthvert spennufall þegar hún er **framspennt** og á að virka eins og kjörleiðari; og eins rennur straumur um hana þegar hún er **bakspennt** og á að virka eins og opin rás.




- Samband straums og spennu í raunverulegri pn-díóðu (kísil) er gefin með

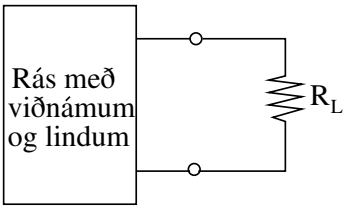
$$i = I_{\mathrm{o}}(\mathrm{e}^{19.3V} - 1)$$

þar sem $I_{\mathrm{o}}$ er **mettunarstraumur** eða **lekastraumur** og er mismunandi frá díóðu til díóðu, þó yfirleitt af stærðargráðunni 1 $\mu$A.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.7.

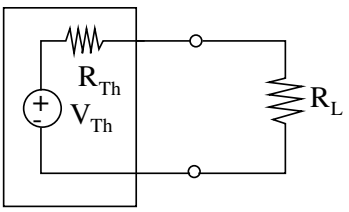


## Hámarksaflflutningur



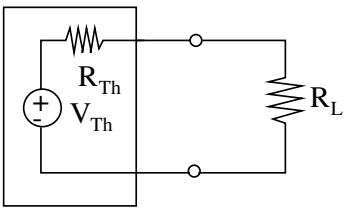

Hvernig á að velja $R_L$ til að hámarka aflið í $R_L$ ?

Finnum fyrst Thévenin-jafngildisrás fyrir rásina. Finnum síðan aflið í $R_L$, $P_L(t)$, sem fall af $R_L$.






## Hámarksaflflutningur




Með spennudeilingu fæst að

$$v_{\mathrm{o}}(t) = V_{\mathrm{Th}}(t)\frac{R_L}{R_{\mathrm{Th}} + R_L}$$

og aflið í $R_L$ er

$$P_L(t) = \frac{v_{\mathrm{o}}^2(t)}{R_L} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2(t)}{R_L}\frac{R_L^2}{(R_{\mathrm{Th}} + R_L)^2}$$

$$= \frac{V_{\mathrm{Th}}^2(t)R_L}{(R_{\mathrm{Th}} + R_L)^2}$$

Diffrum með tilliti til $R_L$ og setjum diffurkvótann núll

$$\frac{\partial P_L(t)}{\partial R_L} = 0$$

## Hámarksaflflutningur

$$V_{\mathrm{Th}}^2 \frac{(R_L + R_{\mathrm{Th}})^2 - R_L 2(R_L + R_{\mathrm{Th}})}{(R_L + R_{\mathrm{Th}})^4} = 0$$

eða

$$R_L^2 + 2R_L R_{\mathrm{Th}} + R_{\mathrm{Th}}^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{\mathrm{Th}} = 0$$

eða

$$R_{\mathrm{Th}}^2 - R_L^2 = 0$$

og

$$R_{\mathrm{Th}} = R_L$$

Hámarksaflið verður þá

$$(P_L(t))_{max} = \frac{v_{\mathrm{o}}^2}{R_L} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2}{R_{\mathrm{Th}}} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2}{4R_{\mathrm{Th}}}$$

kallað mesta fánlegt afl og það er fáanlegt aðeins ef **álagsviðnámið** $R_L$ er **aðhæft** að rásinni.

$\Longrightarrow$ Dæmi 5.8.



## Heimildir


[1] R.A. DeCarlo og Pen-Min Lin, *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*, Prentice Hall, 1995, Kafli 5

[2] D. E. Scott, *An Introduction to Circuit Analysis - A Sys tems Approach*, McGraw-Hill, 1987, Kaflar 2.1 - 2.5