

Greining rása:

Lögmál Kirchhoffs

Kaflí 2

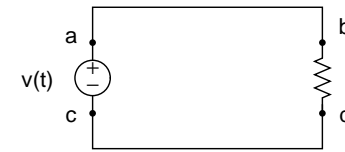
Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

1. vika 2008

1

Lögmál Kirchhoffs



- Fullkominn leiðari tengir saman plúspól spennulindarinnar við efri pól viðnámsins; a og b hafa sömu spennu óháð straumnum i .
- Eins hafa punktarnir c og d sömu spennu.
- Spennan í punkti a er $v(t)$ voltum hærrí en spennan í punkti c; svo að spennan í punkti b er einnig $v(t)$ voltum hærrí en spennan í punkti d.
- Frá punkti c til a er **spennurís** upp á $v(t)$ og síðan **spennufall** frá b til d.

2

Lögmál Kirchhoffs

Spennulögmál Kirchhoffs (KVL):

Á hverjum tíma er algebrísk summa spennurísá umhverfis lokaða leið í rás núll

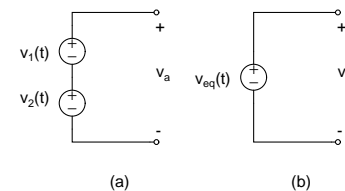
⇒ Dæmi 2.1.

⇒ Dæmi 2.2.

3

Lögmál Kirchhoffs

Ef við radtengjum tvær spennulindir v_1 og v_2 þá eru þær jafngildar einni spennulind með spennu sem er summa hinna tveggja



$$v_1 + v_2 - v_a = 0 \quad \Rightarrow \quad v_a = v_1 + v_2$$

og

$$v_b = v_{eq}$$

svo að $v_a = v_b$ þá og því aðeins að

$$v_{eq} = v_1 + v_2$$

4

Lögmál Kirchhoffs

- Skilgreinum **hnútpunkt** sem hvern þann punkt í rás þar sem pólur tveggja eða fleiri rásaeininga tengjast saman.
- Hnútpunktur getur ekki geymt hleðslu og því er heildarstraumurinn að hnútpunktinum að vera jafn heildarstraumnum frá honum á hverjum tíma.

Straumlögmál Kirchhoffs (KCL):

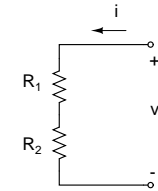
Á sérhverjum tíma er algebrísk summa allra strauma að ákveðnum hnútpunkti núll

⇒ Dæmi 2.3.

⇒ Dæmi 2.4.

5

Raðtengd viðnám



Tvær rásaeiningar eru raðtengdar þá og því aðeins að

- annar pól annarar tengist öðrum pól hinar í hnútpunkti
- engar aðrar rásaeiningar tengist þeim í hnútpunkti

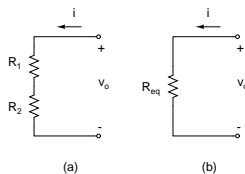
Séu tvær rásaeiningar raðtengdar er:

- straumurinn sá sami í þeim báðum
- heildarspennan jöfn summu spennanna yfir hvora einingu fyrir sig

6

Raðtengd viðnám

Fyrir tvö raðtengd viðnám má finna **jafngildisviðnám**, það er eitt viðnám sem gefur sama samband milli spennu og straums og raðtengingin.



Með KVL fæst:

$$v_o = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

Nú verður að gilda $v = iR_{eq}$ svo

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

7

Raðtengd viðnám

Þetta má útvíkka á n raðtengd viðnám

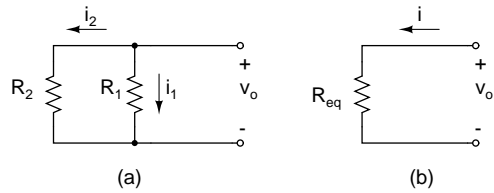
$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

Jafngildisviðnám raðtengingar er alltaf stærra en stærsta viðnámið í raðtenginunni.

⇒ Dæmi 2.5.

8

Hliðtengd viðnám



Tvær rásaeyningar eru hliðtengdar þá og því aðeins að

- annar pól annarar tengist öðrum pól hinnar í hnútpunkti
- hinir pólarnir tengjast einnig saman í öðrum hnútpunkti

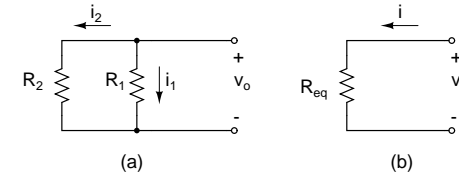
Séu tvær rásaeyningar hliðtengdar er

- spennan sú sama yfir þær báðar
- heildarstraumurinn jafn summu straumanna í hvorri einingu fyrir sig

9

Hliðtengd viðnám

Fyrir tvö hliðtengd viðnám má finna jafngildisviðnám



Með KCL fæst

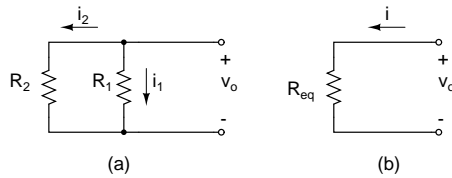
$$i = i_1 + i_2 = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

eða

$$\frac{i}{v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

10

Hliðtengd viðnám



Nú verður að gilda $v = iR_{eq}$ eða $i/v = 1/R_{eq}$ svo

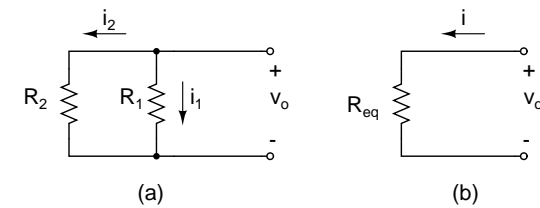
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

eða

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

11

Hliðtengd viðnám



Þessa niðurstöðu má auðveldlega útvíkka á n hliðtengd viðnám

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Jafngildisviðnámið er alltaf minna en minnsta viðnámið.

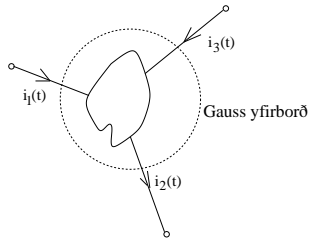
⇒ Dæmi 2.6.

⇒ Dæmi 2.7.

12

Gauss yfirborð

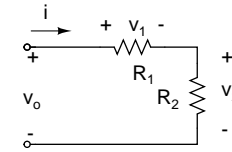
- Straumlögmál Kirchhoffs gildir einnig fyrir lokað yfirborð, nefnd **Gauss yfirborð**
- Gauss yfirborð er lokaður ferill í planinu eða lokað yfirborð í þremur víddum þar sem vel er skilgreint hvað er fyrir utan og hvað fyrir innan
- Um Gauss yfirborð gildir: *Algebrísk summa strauma sem koma að (eða yfirgefa) Gaussískt yfirborð á hverjum tíma er núll*



13

Spennudeiling

Oft þekkjum við heildarspennu yfir raðtengingu tveggja viðnáma en þurfum að vita spennuna yfir annað viðnámið.



Viljum t.d. finna v_2 ef við þekkjum v_o (mynd). Getum fundið i með því að nota jafngildisviðnám

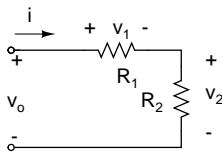
$$i = \frac{v_o}{R_{\text{eq}}} = \frac{v_o}{R_1 + R_2}$$

og síðan samkvæmt lögmáli Ohms

$$v_2 = iR_2 = v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

14

Spennudeiling



- Sjáum að $R_2/(R_1 + R_2) < 1$
- Þessi stærð segir til um hversu stórt hlutfall heildarspennunnar v_o fellur yfir viðnámið R_2 .
- Á sama hátt er

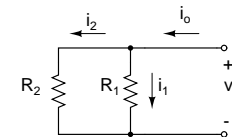
$$v_1 = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

⇒ Dæmi 2.8.

15

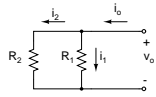
Straumdeiling

- Höfum tvö samsíða tengd viðnám
- Heildarstraumur er i_o ; viljum finna straum í hvoru viðnámi fyrir sig



16

Straumdeiling



- Notum jafngildisviðnám

$$v = i_o R_{\text{eq}} = i_o \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

samkvæmt lögmáli Ohms er

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = i_o \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

og

$$i_2 = i_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- Stærri hluti straumsins fer í gegnum minna viðnámið (minnsta viðnámið).

Frekara lesefni

Lögmál Kirchhoffs er reifað í kafla 2.4 í kennslubók námskeiðsins (Nilsson and Riedel, 2007).

Raðtenging viðnáma er viðfangsefni kafla 3.1, hliðtenging í kafla 3.2, spennudeiling í kafla 3.3 og straumdeiling í 3.4. Svipaða umfjöllun er að finna í köflum 1.3 – 1.9 í bók Scott (1987) og í kafla 2 hjá DeCarlo and Lin (2001).

References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2007). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.

Scott, D. E. (1987). *An Introduction to Circuit Analysis - A Systems Approach*. New York: McGraw-Hill.