

Greining rása: Tengdar spólur

Kaffi 8

Jón Tómas Guðmundsson

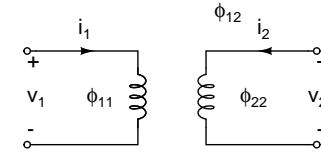
tumi@hi.is

8. vika 2008

1

Inngangur

Hugsum okkur tvær spólur sem eru nægilega nálægt hvor annarri til að hluti af segulflæði hvorrar spólu fari einnig í gegn um hina.



Köllum ϕ_{jk} flæði í vafi j vegna straums i_k í vafi k og skilgreinum

$$L_{jk} = \frac{n_j \phi_{jk}}{i_k}$$

Margföldum í gegn með i_k og diffrum með tilliti til tíma

$$L_{jk} \frac{di_k}{dt} = n_j \frac{d\phi_{jk}}{dt}$$

2

Nú er

$$v(t) = n \frac{d\phi}{dt}$$

svo að fyrir spólu (vafi) 1 fæst

$$v_1(t) = n \frac{d(\text{heildarsegulflæði í vafi 1})}{dt}$$

eða

$$v_1(t) = n \frac{d(\phi_{11} + \phi_{12})}{dt} = n_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} + n_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

sem rita má

$$v_1(t) = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Á sama hátt fæst fyrir spólu 2

$$v_2(t) = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

þar sem L_{12} og L_{21} er ekki óháðar stærðir.

3

Gagnspan

Skoðum leiðina sem segulflæðið fer þegar það fer um báðar spólurnar.

ϕ_{12} mætir vissri segultregðu og ϕ_{21} mætir sömu segultregðu.

Þá hlýtur að gilda

$$\mathcal{R} = \frac{n_1 i_1}{\phi_{21}} = \frac{n_2 i_2}{\phi_{12}}$$

eða

$$\frac{n_1 \phi_{12}}{i_2} = \frac{n_2 \phi_{21}}{i_1}$$

sem jafngildir

$$L_{12} = L_{21} \equiv M$$

Stærðin M er nefnd **gagnspan** (e. mutual inductance)

4

Kúplingsstuðull

Nú má rita

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

og L_1 og L_2 eru alltaf jákvæðar stærðir.

Kúplingsstuðullinn k er skilgreindur sem

$$k \equiv \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Við sjáum að $k \leq 1$, og þegar $k = 1$ fer allt segulflæðið í gegnum báðar spólurnar og við segjum að þær séu fullkomlega kúplaðar.

⇒ Dæmi 8.1.

5

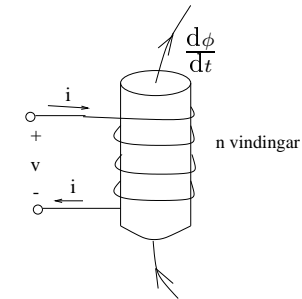
Lögmál Faradays

Lögmál Faradays

$$v = n \frac{d\phi}{dt}$$

segir aðeins til um stærð en ekki formerki spennunnar.

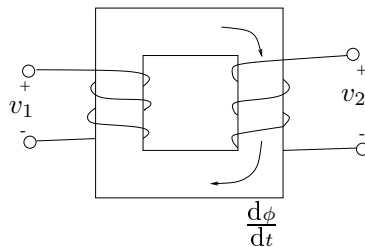
Til að finna formerkið þurfum við mynd



6

Lögmál Faradays

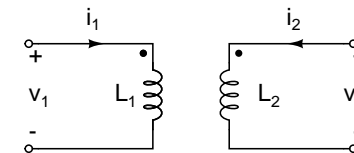
- Sé spennan v_2 þannig að i_2 sé vaxandi þá veldur hann segulflæðiaukningu $d\phi/dt$ í þá átt sem myndin sýnir
- Þessi segulflæðiaukning spanar jákvæða spennu v_1 svo að $M > 0$



- Þetta er táknad með punktum: Spenna sem lögð er yfir annað vafið með plúsinn punktmeginn spanar spennu í hinu vafinu sem einnig hefur plúsinn punktmeginn

7

Lögmál Faradays

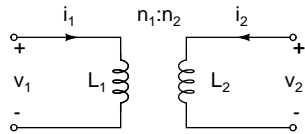


- Straumar sem flæða inn í punktmerktu pólana vinna með flæðinu ϕ sem fer í gegnum bæði vöfin
- Séu fleiri en tvær spólur kúplaðar saman þarf nýja merkingu fyrir hvert par af spólum

⇒ Dæmi 8.2.

8

Kjörspennir



Kjörspennir er líkan af raunverulegum spenni. Hann er fullkominn (og óraunverulegur) að þrennu leyti

1. Í honum tapast engin orka
2. Kúplingin er fullkomin, þ.e. $k = 1$
3. Sjálfspan beggja spóla, L_1 og L_2 er óendanlegt

9

Kjörspennir

Þá má rita

$$v_1 = n_1 \frac{d\phi_1}{dt} \quad \text{og} \quad v_2 = n_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

og þar sem $k = 1$ þá er

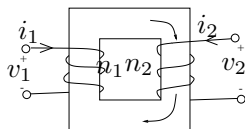
$$\phi_1 = \phi_2$$

og

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

10

Kjörspennir



Í segulrásum samsvarar ϕ straum og ni samsvarar spennu. Því gildir fyrir kjörspenni

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \phi \mathcal{R} = 0$$

Fyrir kjörspenni er því $\mathcal{R} = 0$ ($\mu \rightarrow \infty$)

Því má rita

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1}$$

Sjálfspan spólanna er $L_{1,2} \propto \mu$ svo að nú er $L_1 = L_2 = \infty$

Í kjörspenni tapast ekkert afl

11

Kjörspennir

Ritum

$$v_1 n_2 = v_2 n_1 \quad \text{og} \quad \frac{i_1}{n_2} = -\frac{i_2}{n_1}$$

Margföldum jöfnurnar saman og fáum

$$v_1 n_2 \frac{i_1}{n_2} = v_2 n_1 \left(-\frac{i_2}{n_1} \right)$$

eða

$$v_1 i_1 = -v_2 i_2$$

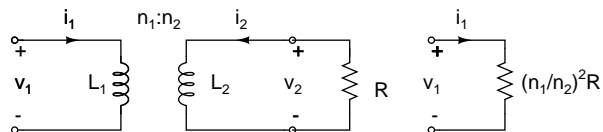
sem jafngildir

$$p_1 = -p_2$$

sem þýðir að allt afl sem fer inn á vafi 1 fer út úr vafi 2, þ.e. ekkert afl tapast

12

Kjörspennir



- Í kjörspenni má líta á annað vafið sem háspennuvaf með marga vindinga og lágan straum og hitt vafið sem lágspennuvaf með fáa vindinga en háan straum
- Gildi viðnáms sem tengt er yfir **bakvaf** spennis virðist séð frá **forvafinu** vera $(n_1/n_2)^2$ stærra en það er

13

Kjörspennir

- Hér gildir

$$-i_2 = \frac{v_2}{R}$$

en

$$i_1 = -\frac{n_2}{n_1} i_2 = \frac{n_2}{n_1} \frac{v_2}{R}$$

og

$$v_2 = v_1 \frac{n_2}{n_1}$$

eða

$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} \frac{n_2}{n_1} \frac{v_1}{R} = \frac{v_1}{R} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

- Viðnámið sem lind sem tengd er inn á forvafið sér er

$$\frac{v_1}{i_1} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 R$$

14

Kjörspennir

⇒ Dæmi 8.3.

⇒ Dæmi 8.4.

⇒ Dæmi 8.5.

15

Frekara lesefni

Um gagnspan og spennu er fjallað í köflum 6.4 og 6.5 og í Appendix C í kennslubókinni (Nilsson and Riedel, 2007). Spennar eru viðfangsefni kafla 18 hjá DeCarlo and Lin (2001).

References

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (2001). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches* (2 ed.). New York: Oxford University Press.

Nilsson, J. W. and S. A. Riedel (2007). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall.

16