

Mælitækni I:

DC og AC Spennu- og straummælur

Kafl 2

Jón Tómas Guðmundsson

tumi@hi.is

27. ágúst 2007

1

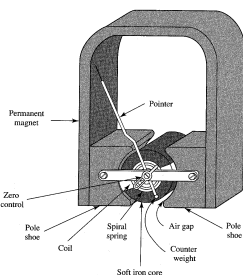
Vísandi mælitæki

Helstu hlutar mælitækis:

- Búnaður sem gefur knývægi á hreyfanlegan hluta
- Búnaður sem gefur mótvægi. Oftast gert með fjöður
- Vísir (eða spegill sem beinir ljósgeisla á skala)
- Kvarðaður skali
- Dempun til að deyfa of miklar sveiflur um lokastöðu vísir
- Upphenging, þ.e. búnaður til að hengja hreyfihluta mælitækisins í fasta hlutann
- Skermun, þ.e. mælitækið er lokað inni í húsi til að ytra segulsvið hafi minni áhrif

2

Vísandi mælitæki

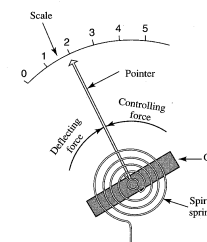


- Notkun vísandi mælitækja til að mæla dc straum má rekja til uppgötvunnar Hans Oersted á sambandi milli straums og segulsviðs um 1820
- Árið 1881 fékk Jacques d'Arsonval einkaleyfi á snúðspólumæli til straummælinga.

3

Vísandi mælitæki

- Á þeirri hugmynd byggja snúðspólumælur þeir sem í dag eru í notkun og eru kallaðir d'Arsonval snúðspólumælur eða sísegul snúðspólumælur (e. permanent magnet moving coil (PMMC))



- Snúðspólumælir, straumur í spólunni veldur færslu, mótvægi er framkallað með fjöður
- Þegar kraftarnir eru í jafnvægi er vísirinn stöðugur

4

Vísandi mælitæki

Hlestu gerðir vísandi mælitækja:

- Snúðspólumælir (e. moving coil)
- Deigjárnsmælir (e. moving iron)
- Elektrodynamisk tæki

5

Vísandi mælitæki

Fjöldi hliðrænna tækja byggir á því að rafsegulsvið myndast umhverfis leiðara sem um fer rafstraumur.

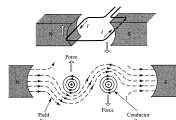
Þetta er notað til að framkalla færslu á bendi.

Það er gert á ýmsa vegu

- Með víxlverkun segulsviðs sem myndast umhverfis spólu við sísegul
- Með víxlverkun járnseglaðra vængja í segulsviði spólu
- Með víxlverkun segulsviðs sem myndað er með fleiri en einni spólu

6

Vísandi mælitæki



- Séu þessir kraftar þvingaðir til að mynda snúningsfærslu verður til vægi

$$Gf(i) \quad [\text{Nm}]$$

sem ræðst af straumnum í spólunni og gerð kerfisins.

- Þetta vægi er í jafnvægi við vægi sem eykst í réttu hlutfalli við hornið sem vísirinn snýst. Þetta vægi er fengið með fjöður eða teygju og hefur stærðina

$$k\alpha \quad [\text{Nm}]$$

þar sem α er hornið í radiönunum og k er fjaðurstuðull

7

Vísandi mælitæki

- Hreyfihlutar tækis hafa hverfitregðu J og þegar breyting verður á vísuninni kemur fram hröðunarvægi

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad [\text{Nm}]$$

- Þar eð hreyfihlutarnir eru festir á fjöður mynda þeir saman massa-gorm kerfi með deyfistuðli D þ.a.

$$D \frac{d\alpha}{dt} \quad [\text{Nm}]$$

sem dregur úr sveiflum á vísi þegar rafmerki um spóluna er breytt

8

Vísandi mælitæki

Jafna sem lýsir hreyfingu vísis er þá þegar allt er tekið saman

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + D \frac{d\alpha}{dt} + k\alpha = M$$

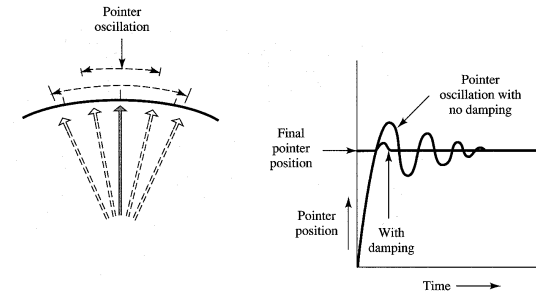
þar sem

- M knývægið sem veldur útslagi
- α útslagið
- D deyfistuðull
- J massatregðuvægi hreyfihluta
- k fjáðurstuðull

Þetta er línuleg annarar gráðu diffurjafna með föstum stuðlum

9

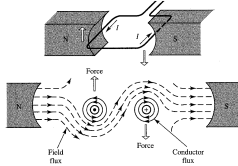
Vísandi mælitæki



- Dempunin sem verkar á vægið gegnir mikilvægu hlutverki í svörun mælitækisins
- Venjulega eru mælitæki örlítið minna en markdempuð til að vísir skipti hratt frá einni stöðu í aðra

10

Snúðspólumælir



Gerum ráð fyrir rétthyrndri spólu af lengd l og með þvermál $2r$.

Knývægið er gefið með

$$M = 2Fr$$

Kraftur sem verkar á leiðara í segulsviði er

$$F = BIl$$

og séu n vafningar í spólu

$$F = nBIl$$

11

Snúðspólumælir

Lítum aftur á diffurjöfnuna

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + D \frac{d\alpha}{dt} + k\alpha = M$$

Við jafnvægi (í æstæði) er

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{d\alpha}{dt} = 0$$

svo $k\alpha = M$ eða $\alpha = \frac{2rlnBI}{k} = \frac{n}{k}BAI$

þar sem $A = 2rl$ og n , k , B og A eru fastar þ.a.

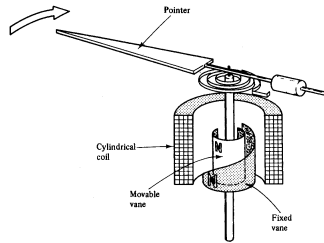
$$\alpha = k_d I$$

og útslagið er því í réttu hlutfalli við strauminn I í snúðspólunni og skalinn er línulegur.

12

Mjúkjárnsælir

- Straumur fer um fasta spólu og veldur kraftverkun milli tveggja kjarna



- Til þess að finna útslag þessa mælis er gengið út frá jöfnunni fyrir orku í segulsviði spólu með sjálfspani L og og straum i

$$W = \frac{1}{2} Li^2$$

13

Mjúkjárnsælir

- Sé hreyfanlegt járn í spólunni, er sjálfspan spólunnar fall af stöðu járnins, $L = L(s)$
- Færist járnid um ds í stefnuna s breytist sjálfspan spólunnar sem nemur dL . Þar með er orka segulsviðsins í spólunni einnig háð staðsetningu spólunnar s
- Margfeldi krafts og færslu jafngildir orku eða

$$W = \int F ds = \int \frac{M}{r} d\alpha$$

eða

$$M = \frac{dW}{d\alpha}$$

þannig að

$$M = \frac{dW}{d\alpha} = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} i^2$$

14

Mjúkjárnsælir

- Almennt má þá skrifa

$$M = k_o i^2 f(\alpha)$$

þar sem stefna straumsins skiptir ekki máli.

- Sé mældur riðstraumur yfir ákveðinni tíðni sem mæliverkið fylgir ekki eftir, fæst meðalgildi af knývæginu M

$$M_{\text{avg}} = \frac{k_o}{T} \int_0^T i^2 f(\alpha) dt$$

- Í jafnvægi er

$$M = k\alpha$$

SVO

$$M = k\alpha = \frac{k_o}{T} \int_0^T i^2 f(\alpha) dt = \frac{k_o}{T} f(\alpha) \int_0^T i^2 dt$$

15

Mjúkjárnsælir

- Við höfum þannig sýnt að

$$k\alpha = k_o f(\alpha) I_{\text{rms}}^2$$

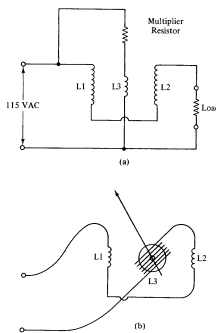
og

$$I_{\text{rms}} = k_1 f_1(\alpha)$$

- Mjúkjárnsælir getur því mælt riðstraum beint og sýnir virkt gildi hans.

16

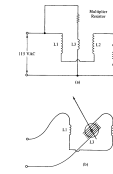
Elektrodynamiskur mælir



- Elektrodynamiskur mælir er svipaður snúðspólumæli nema hvað í stað fasts segulsviðs er það föst spóla sem myndar segulsviðið í mæliverkinu

17

Electrodynamiskur mælir



- Electrodynamiciskur mælir var innleiddur af Siemens bræðrunum í Þýskalandi efir að Weber kynnti svipaða hugmynd árið 1843.
- Spólur L1 og L2 eru kyrrar en spóla L3 hreyfist og á hana er festur vísir
- Spólur L1 og L2 eru vafðar þannig að þær styrkja hvor aðra og víxverka við L3 þannig að snúningskraftur verkar
- Snúningur L3 ræðst af styrk straumsins sem fer um þessar þrjár radtengdu spólur

18

Electrodynamiskur mælir

- Electrodynamiciskur mælir sýnir kvaðrat straumsins sem um spólurnar fer

$$\alpha \propto I^2$$

og skalinn er því ólínulegur

- Þegar electrodynamiciskur mælir er notaður sem AC mælir sest vísirinn í stöðu sem er í réttu hlutfalli við meðalgildi I^2 , sem er virkt gildi straumsins
- Electrodynamiciskur mælir er því annað hvort DC eða rms AC mælir

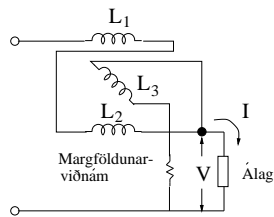
19

Electrodynamiskur mælir

- Flestir electrodynamiciskir mælar sem eru notaðir til straummælinga eru kvarðaðir til að gefa virkt gildi sinusstraums
- Þar eð þverviðnám spólanna hækkar mjög ört með hækkingu tíðni eru electrodynamiciskir mælar aðeins nothæfir við tiltölulega lága tíðni
- Flestir electrodynamiciskir mælar hafa fullt svið 100 mA og jafnvel 10 A
- Við 100 mA hefur electrodynamiciskur mælir mun minni næmni heldur en snúðspólumælir. Næmnin er þá $1/100 \text{ mA} = 10 \text{ } \Omega/\text{V}$. Ef mæld eru 100 V er heildarviðnámið þá 1 k Ω . Hann er því ónothæfur sem spennumælir í rás

20

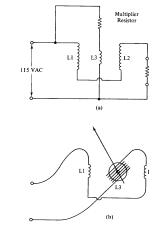
Electrodynamiskur mælir - flmælir



- Eitt megin notkunarvið electrodyamikskra mæla er sem aflmælar
- Kyrru spólurnar eru þá radtengdar við álag og hannaðar til að bera mikinn straum
- Snúningsspólan er gerð úr finni vír og tengd yfir álagið og er straumurinn um hana mælikvarði á spennuna yfir álagið

21

Elektrodynamiskur mælir



Segulsviðið má rita sem

$$B = k_s i_2$$

Kraftur sem verkar á leiðara er þá

$$F = B l n i_3$$

þar sem i_3 er straumur í hreyfispólu en i_2 er straumur í föstu spólunni.

22

Elektrodynamiskur mælir

Knývægið er þá gefið með

$$M = 2rF = k_s i_2 l n i_3 = k_d i_3 i_2$$

og útslagið α

$$M = k_m \alpha$$

þannig að

$$\alpha = k i_3 i_2$$

Útslag er því í réttu hlutfalli við margfeldi straumanna

Ef $i_3(t) = I_3 \sin(\omega t)$ og $i_2(t) = I_2 \sin(\omega t + \phi)$ þá er

$$\alpha = k i_{\text{rms},3} i_{\text{rms},2} \cos(\phi)$$

23

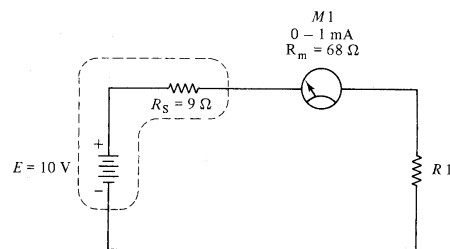
Elektrodynamiskur mælir

Sé önnur stærðin, t.d. i_3 höfð í réttu hlutfalli við spennuna yfir álag þar sem straumurinn er i_2 fæst útslag í réttu hlutfalli við raunafli álagsins, sem er

$$P = v_{\text{rms}} i_{\text{rms}} \cos(\phi)$$

24

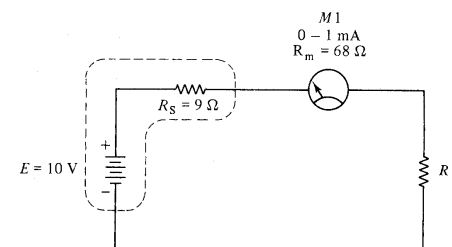
DC straummælingar



- Mælir raðtengdur við straumhafandi álag sem ætlunin er að mæla strauminn í
- Gæta þarf þess að straumurinn sem mæla á verði aldrei hærri en mælirinn ræður við

25

DC straummælingar



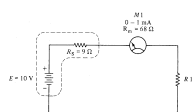
- Notað mæli sem hefur lágt innra viðnám miðað við álagið sem mæla á strauminn í

$$I_1 = \frac{V}{R_s + R_m + R_1}$$

- Ef mælir er tengdur vitlaust virkar hann eins og skammhlaup yfir R_1

26

DC straummælingar



- Nauðsynlegt er að rjúfa rásina til að raðtengja mælinn
- Straumurinn sem fer um mælinn M1 er gefinn með

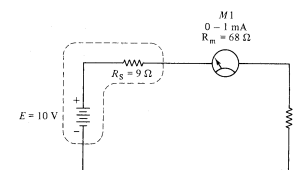
$$I_{M1} = \frac{E}{R_s + R_m + R_1}$$

þar sem

- I_{M1} straumur um mælinn í amper (A)
- E tómgangsspenna í voltum (V)
- R_s lindarviðnám aflagjafa (Ω)
- R_1 álagsviðnám (Ω)

27

DC straummælingar



- Í flestum tilvikum eru R_s og R_m lítil með tilliti til R_1 og teljast því óvera. Þá er

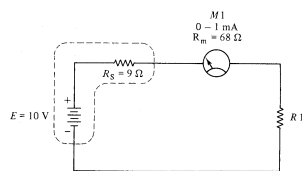
$$I_{M1} = \frac{E}{R_1}$$

- Ef mælirinn er tengdur eins og á myndinni og $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$

$$I_{M1} = \frac{E}{R_1} = \frac{10\text{V}}{15000 \Omega} = 0.67 \text{ mA}$$

28

DC straummælingar



- Ef straummælirinn er vitlaust tengdur, þ.e. samsíða $R1$ í stað raðtengingar þá er

$$I_{M1} = \frac{E}{R_s + R_m} = \frac{10V}{9 \Omega + 68 \Omega} = 130 \text{ mA}$$

29

DC straummælingar

- Athuga ber að ef mældur er straumur í rás með lága spennu E og lágt viðnám $R1$ er erfitt að halda nákvæmni.
- Ef $E = 0.1 \text{ V}$ og $R1 = 150 \Omega$ þá myndum við búast við

$$I_{M1} = \frac{E}{R1} = \frac{0.1V}{150 \Omega} = 0.67 \text{ mA}$$

en fengjum

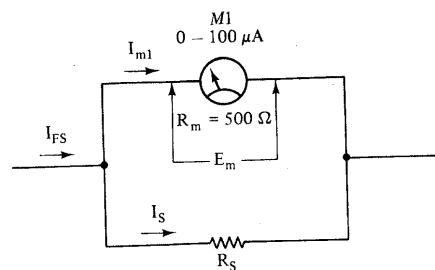
$$I_{M1} = \frac{E}{R1} = \frac{0.1V}{9 + 68 + 150 \Omega} = 0.44 \text{ mA}$$

sem er 34 % skekkja.

30

DC straummælingar

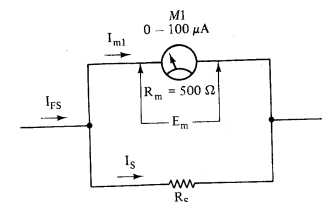
- Venjulegt hliðrænt straummæliverk hefur aðeins eitt mælisvið, t.d. $0 - 1 \text{ mA}$ eða $0 - 200 \mu\text{A}$. Hægt er að mæla hærri straum með því að hliðtengja viðnám við mæliverkið.



$$I_{m1} = I_{FS} \left[\frac{R_s}{R_m + R_s} \right]$$

31

DC straummælingar



$$I_{m1} = I_{FS} \left[\frac{R_s}{R_m + R_s} \right]$$

- Oftast eru hliðtengdu viðnámmin innbyggð í mælinn. Þau eru þó einnig til utánaliggjandi.
- Nú getur mælirinn sýnt straum

$$I_{FS} = I_{M1} + I_s$$

32

DC straummælingar

- Gerum nú ráð fyrir að mælirinn sýni 1 mA sem fullt útslag. Hve mikill straumur fer um mæliverkið M1 og affallsviðnámið R_s ?
- Fullt útslag á mæli svarar til $100 \mu\text{A}$ í mæliverki M1. Þá er straumur um affallsviðnám

$$I_s = 1 \text{ mA} - 0.1 \text{ mA} = 0.9 \text{ mA}$$

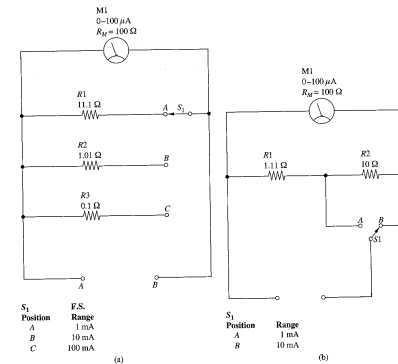
og

$$R_s = \frac{E_{M1}}{I_s} = \frac{0.1 \text{ mA} \times 500 \Omega}{0.9 \text{ mA}} = 55.56 \Omega$$

sem er lægra en $R_{M1} = 500 \Omega$.

33

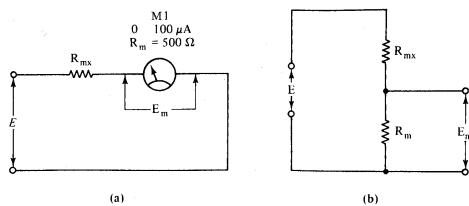
DC straummælingar: Fjölsviðsmælir



- Spennu má mæla með DC straummæli ef margfaldandi viðnám er raðtengt við mæliverkið.
- Betri er rásin hér að ofan, svonefnt Ayrton affall.

34

Spennumælingar með DC straummælum



Hvað er R_{mx} ef $E = 10 \text{ V}$ gefur hámarksútslag?

$$\frac{10}{R_{mx} + 500} = 100 \times 10^{-4}$$

svo að

$$R_{mx} = 99.5 \text{ k}\Omega$$

⇒ Dæmi 2.1.

35

Spennumælingar með DC straummælum

Næmni spennuælis

$$\phi = \frac{1}{I_{Fs}} \frac{\Omega}{V}$$

Mikil næmni þýðir að mörg ohm þarf í rásina fyrir fullt útslag spennu

Viðnám voltmælis

$$R_{mx} = E_{Fs} \phi$$

Hvert er R_{mx} ef spennusviðið er 0 – 500 V og næmmin er 10000 Ω/V ?

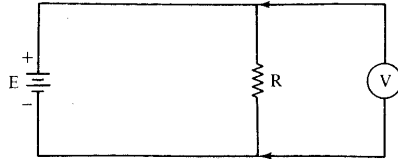
$$R_{mx} = 500 \times 10000 = 5 \text{ M}\Omega$$

⇒ Dæmi 2.2.

36

Spennumælingar með DC straummælum

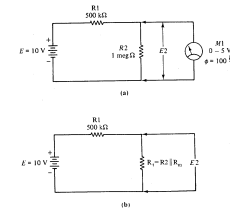
Notkun spennumæla



- Hliðtengið voltmælinn yfir álagið
- Veljið voltmæli með svið sem nær yfir hæstu mögulegu spennu
- Innra viðnám spennumælis þarf að vera mjög hátt (t.d. 100:1) miðað við viðnám rásarinnar

37

Spennumælingar með DC straummælum



Skodum nú hvað gerist ef spennumælir hefur of lágt innra viðnám.

Ættum að fá

$$E2 = \frac{10}{1.5 \times 10^6} \times 10^6 = 6.67 \text{ V}$$

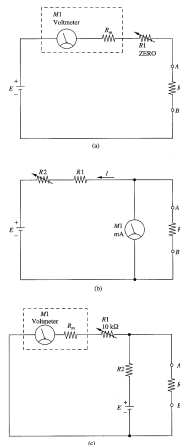
en fáum

$$E2 = \frac{10 \times 10^6 || 500 \times 10^3}{500 \times 10^3 + 10^6 || 500 \times 10^3} = 4 \text{ V}$$

sem er 40 % skekkja.

38

Viðnámsmælingar með DC straummælum



Rafviðnám er mælt með ohmmæli.

39

Viðnámsmælingar með DC straummælum

Raðtengdur ohmmælir er sýndur á mynd (a). Það eru þrjú viðnám í rásinni R_m innra viðnám spennumælisins (M1), R1 breytiviðnám, og óþekkta viðnámið R_x . Óþekkt viðnámið er reiknað út frá

$$R_x = \frac{E(R_m + R1)}{V_m} - (R_m + R1)$$

V_m er spennumæling á M1

Raðtengdur ohmmælir vinnur ekki vel fyrir lág viðnám og þá eru notaðir hliðtengdir (b) eða hlið-raðtengdur ohmmælir.

⇒ Dæmi 2.3.

40

Frekara lesefni

Um vísandi mælitæki má lesa í Northrop (1997, kafli 8.1) og Wolf and Smith (2003, kafli 4). Um electrodyamískan mæli er fjallað hjá Gregory (1981, kafli 2.2) og Wolf and Smith (2003, bls. 266 – 271). Almennt fjallað um straum og spennumælingar með snúðspólumælum í kennslubókum eins og t.d. Carr (1996, kaflar 3.1 - 3.13) og DeCarlo and Lin (1995, kafli 2.7).

References

Carr, J. J. (1996). *Elements of Electronic Instrumentation and Measurement* (3 ed.). Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.

DeCarlo, R. A. and P.-M. Lin (1995). *Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor and Laplace Transform Approaches*. Englewood Cliffs New Jersey: Prentice-Hall.

Gregory, B. A. (1981). *Introduction to Electrical Instrumentation and Measurement Systems* (2 ed.). Houndmills, UK: Macmillan.

Northrop, R. B. (1997). *Introduction to Instrumentation and Measurements*. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press.

Wolf, S. and R. F. M. Smith (2003). *Student Reference Manual for Electronic Instrumentation Laboratories* (2 ed.). Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall.